



Discovery Summit Japan 2021 論文集

期日 : 2021年12月16日(木) ~ 12月17日(金)
会場 : オンライン会議室 (Zoom)

SAS およびその他のすべての SAS Institute Inc.の製品名またはサービス名は、米国およびその他の国における SAS Institute Inc.の登録商標または商標です。

その他、本論文集に記載されている会社名、製品名は、一般に各社の商標または登録商標です。

本論文集の一部または全部を無断転載することは、著作権法上の例外を除き、禁止されています。
本論文集の内容を実際に運用した結果の影響については、責任を負いかねます。

目 次

【2021-JA-25MP-10】 飛球シミュレーターによる包括的実験計画法の実践的教育	4
小川 昭 (目白大学) 高橋 武則 (慶應義塾大学)	
【2021-JA-50MP-23】 選抜型両側因果分析で得た結果にもとづく構造方程式モデリングへの接近	23
川崎 昌 (桜美林大学) 高橋 武則 (慶應義塾大学)	
【2021-JA-25MP-08】 初診患者満足度の因果構造を俯瞰的に把握する解析	38
～ 脳神経クリニックにおける適用事例 ～	
佐村 紫帆 (慶應義塾大学) 山内 慶太 (慶應義塾大学)	
【2021-JA-50MP-22】 選抜型両側因果分析から反転因果分析への進展	53
高橋 武則 (慶應義塾大学)	
【2021-JA-50MP-21】 複合型超設計の理論と応用	79
高橋 武則 (慶應義塾大学)	
【2021-JA-60MP-Networking】 超設計のためのツールHOPE (Add-in)	111
高橋 武則 (慶應義塾大学)	

※ 本論文集は、Discovery Summit Japan 2021 の発表のうち、提出のあった論文を掲載している

飛球シミュレーターによる包括的実験計画法の実践的教育

小川昭¹ 高橋武則² 岡田雅一³

Akira OGAWA Takenori TAKAHASHI Masakazu OKADA

【要旨】

本研究では、包括的実験計画法を実践的に教育するために飛球シミュレーターを用いた教育について、その理論（考え方）と具体的な実施方法を述べる。飛球シミュレーターとは統計解析ソフト JMP® 16 (SAS Institute Inc., Cary, NC, USA) (以後 JMP と略記) に実装（アドイン）されたシミュレーションソフトウェアである。従来は紙ヘリコプター等の実物教材を用いてグループ単位の実践的教育を行っていた。しかし、本研究の目的はこのソフトを使用し、実験計画法を効率よく理解するだけでなく、包括的実験計画法アプローチを実務に適用するための要点を一人でも学ぶことができる教育プログラムとして構成することである。なお、飛球シミュレーターは現在のところ一般には非公開である。

実務に適用するためには、準備や計画に始まり、実験の実施から対象のモデル化、さらにはモデルを使用して対象を最適化する取組みを行い、その確認と修正の方法を学ぶ必要がある。実験に関するこれら一連のアプローチを包括的実験計画法と呼ぶ。そのためには、第一に対象である飛球工程の誤差、すなわち飛距離のばらつきを把握し、固有技術を活用してこれを改善する取組みの必要性を述べる。次に、実験の目的である目標飛距離の実現のため、飛距離に影響のある多数の因子の中から影響の大きい少数の因子を絞り込む実験（スクリーニング実験）と、絞り込んだ因子で飛球モデルを構築する実験（モデリング実験）を示す。このときの実験計画は最適計画を前提とし、JMP に用意されたカスタム計画プラットフォームを活用する。飛球モデルが構築された後、それを用いて目標飛距離を実現するための最適解を求め、その最適解で目標飛距離の実現を確認する。実現結果が受け入れ難い場合は、飛球工程に対するモデルのあてはまりの悪さ（Lack of fit: LOF）を検討し、必要であればより高次の項を含む修正モデルを回帰分析により再構築して解（設計）を修正するアプローチを示す。最後に、修正モデルにより求めた修正最適解で目標飛距離が実現し、当初の目的が達成されたことを確認する。

本研究では、実務における目的の達成には、単体としての実験計画法の適用だけでは不十分であると考えられる。そこで、固有技術による誤差の低減から、変数変換も含めた実験計画法による工程のモデル化と最適化、さらには最適解の修正まで含めた包括的実験計画法の教育が重要であることを議論し、飛球シミュレーターを用いた実践的教育を提案するとともに、その有効性を明らかにする。

【キーワード】 包括的実験計画法、回帰分析、紙ヘリコプター、JMP、飛球シミュレーター、カスタム計画、

1 小川 昭 (Akira OGAWA) 目白大学

2 高橋武則 (Takenori TAKAHASHI) 慶應義塾大学大学院

3 岡田雅一 (Masakazu OKADA) SAS Institute Japan

1. はじめに

実験計画法を活用して成果を挙げるには、対象とする工程内の誤差を低減したもとの目的に合った実験を計画^{[4][10][11]}、実行してデータ解析を行い、最適解を得た後、その最適解で目的が実現されたことを確認する必要がある^{[3][7]}。もし目的が実現されなければ解を修正して確実に成果を挙げる。このためには単体としての実験計画法の利用ではなく、その前後の取組みも備えた包括的実験計画法の適用が必要である。包括とは必要なものをひとつとっており備えていることを意味する。

このような包括的実験計画法を実践的に身に着けるには、仮想的であっても実際に、準備、計画、実験、モデル化、最適化、確認、修正という包括的実験計画法アプローチを体験することが重要である^{[8][9][10]}。この教育は「わかる」から更に進めて「できる」を目指すものである。模擬的で包括的なアプローチを学ぶ実験計画法教材として、これまで紙ヘリコプター^[1]やテーブルゴルフ^[9]などが開発され、多くの技術者教育^{[5][6]}に使用されてきた。しかし、これらの実物教材を用いた教育は包括的実験計画法アプローチを体験できる効果は十分であるが、一人で短時間に効率よく学ぶことができない欠点がある。

近年 JMP のアドインソフトとして、誤差を含む複雑な関数データを柔軟に生成することのできる飛球シミュレーターが教育を目的とした仮想教材として開発された。これを用いれば、一人でも容易に包括的実験計画法を習得できるようになるため、適切な教育プログラムを用意することが必要となった。なお、飛球シミュレーターは現在のところ一般には非公開である。

本教育では飛球シミュレーターを使用し、JMP の実験計画法プラットフォームと連携させ、最適計画（カスタム計画）を前提に、包括的実験計画法のアプローチを体験学習する。特に最適解を回帰分析により修正するとき、多水準で繰り返しのある実験を行っている点に特徴がある。

2. 包括的実験計画法の概要

2.1 全体の構造

包括的実験計画法の概要を示したものが図 1 である。左側には包括的実験計画法のフローチャート、右側にはその構成として Step1 から Step3 を示す。

Step1 では固有技術による誤差の低減、Step2 では実験計画法による対象の

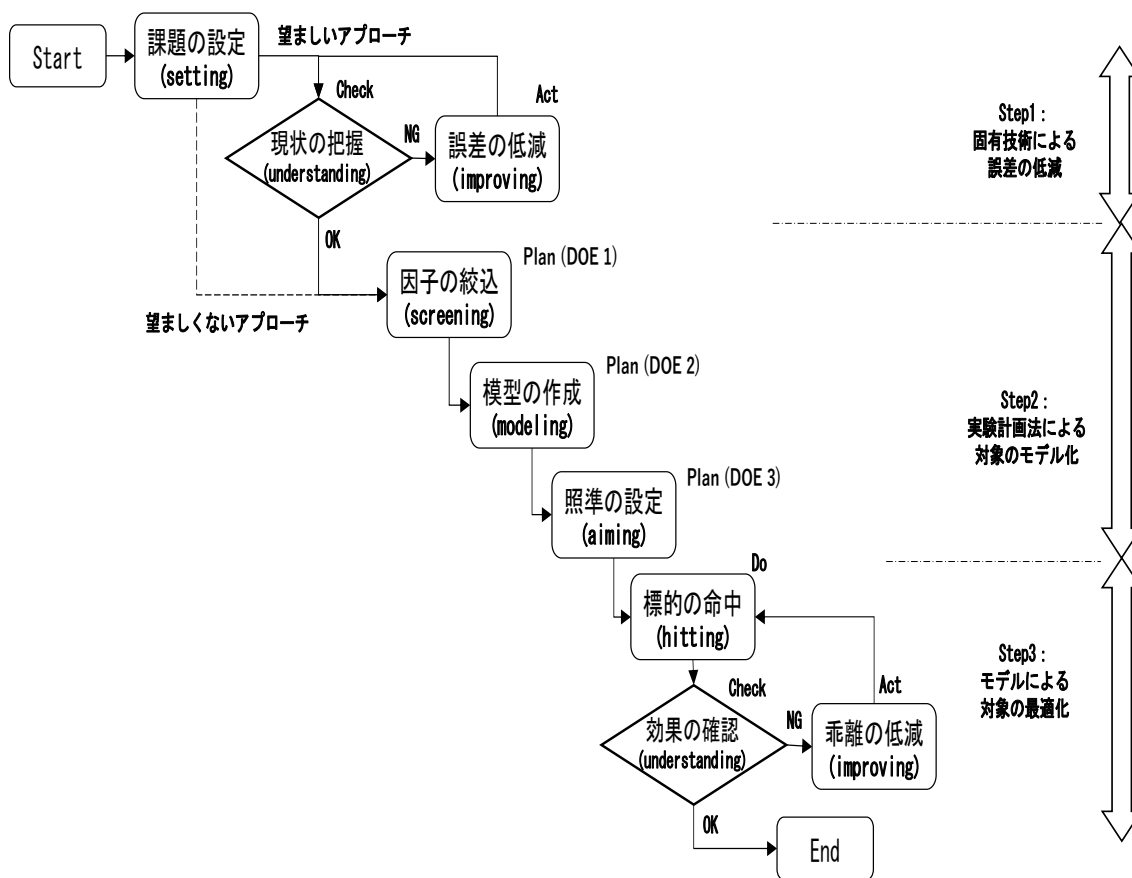


図 1 包括的実験計画法の概要

モデル化、Step3 ではモデルによる対象の最適化を行う。各ステップの詳細は次項で説明する。その際に、各図の左上に全体の中の位置を示す小図を示している。

2.2 Step1 : 固有技術による誤差の低減

図 2 にその内容を示す。まず初めに課題の設定を行う。次に現状把握を行い、必要に応じて固有技術による実験対象の誤差の低減（ばらつき低減）を行う。課題設定後、現状把握を行わず、固有技術による誤差の低減を行わない場合には、最終目標の実現が困難になる場合が少なくないため、そのようなアプローチは避けるべきである。

2.3 Step2 : 実験計画法による対象のモデル化

図 3 にその内容を示す。ここでは多数の因子の中から、重要な因子を絞り込むスクリーニング実験を行った後、選ばれた因子で対象のモデルを作成するモデ

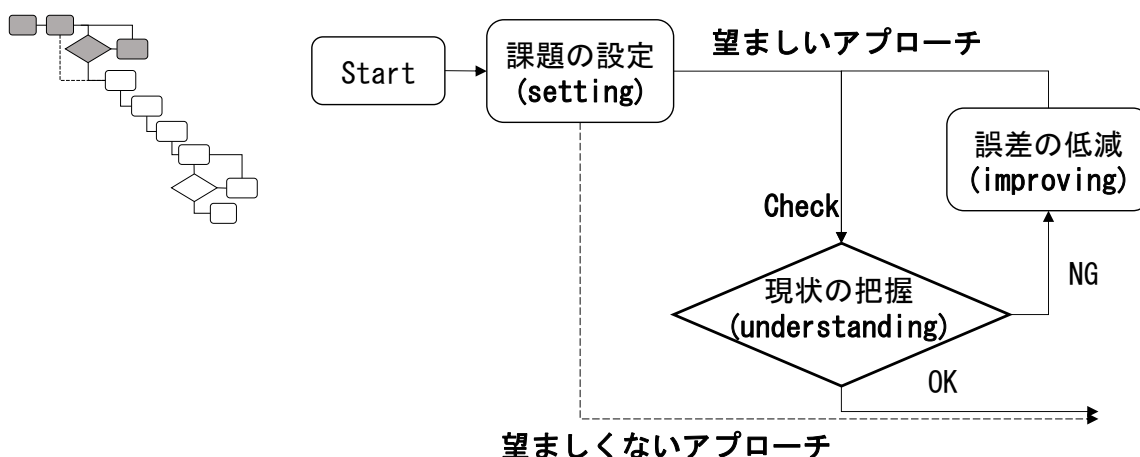


図 2 Step1 固有技術による誤差の低減

リング実験を行う。模型の作成が完了したら、照準を設定する。すなわち目標値を実現する条件設計（＝最適化）を行う。

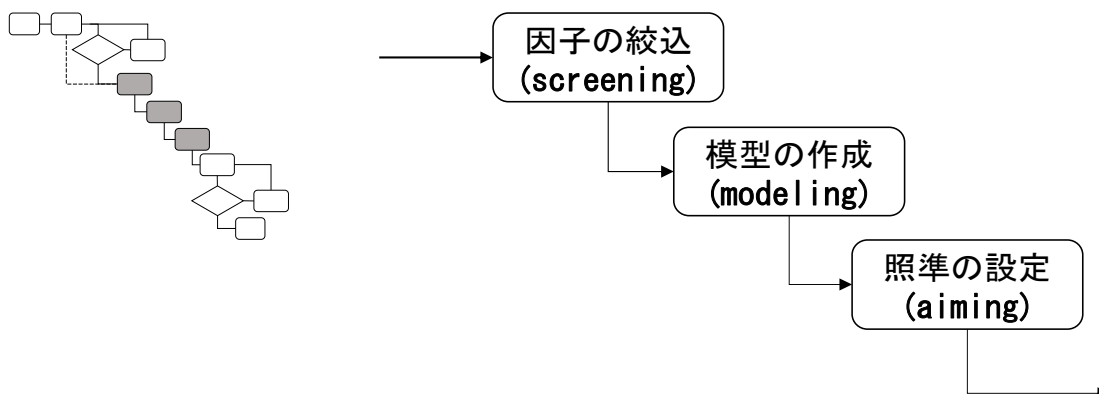


図 3 Step2 実験計画法による対象のモデル化

2.4 Step3 : モデルによる対象の最適化

図 4 にその内容を示す。モデルから得られた最適解（設計条件）で実際に目標に到達するかを確認する。目標からの乖離が大きければこれを低減する改善の取組み（解を修正するための実験）を行うことになる。Step1 で誤差の低減が不十分であると、その後のアプローチに問題がなくても設計目標が実現しないことが多いという現実がある。このようにして、当初設定した目標が実現されれば包括的な実験は完了する。

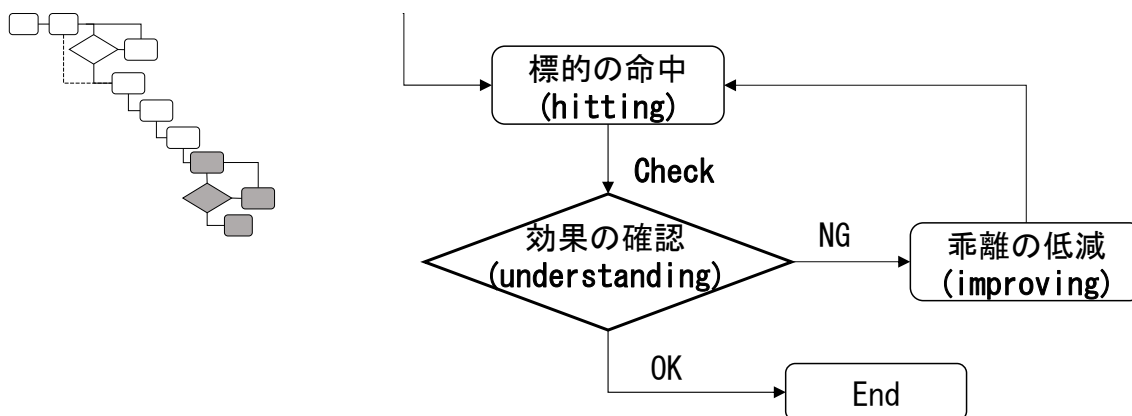
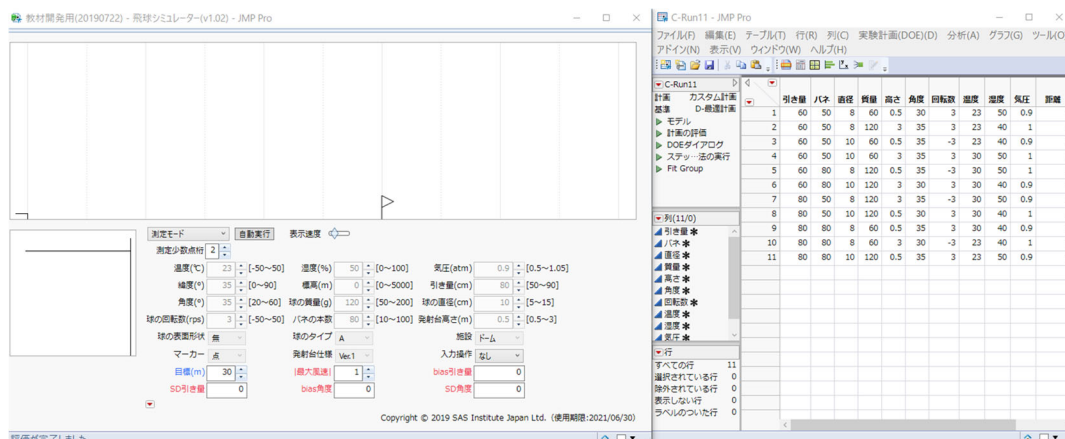


図 4 Step3 モデルによる対象の最適化

3. 飛球シミュレーターについて

飛球シミュレーターと JMP による事例を説明したものが図 5 である。左側に飛球シミュレーターが表示されている。これは SAS Institute Japan により教育用に開発されたもので、現在のところ一般には公開されていない。飛球させる球の質量や直径、バネの本数や引き量など 12 個の因子の値は飛球画面下の入力欄から入力する。飛距離のばらつきの原因となる最大風速も同じ入力画面から入力する。

右側には JMP の実験計画法プラットフォーム（カスタム計画＝最適計画）で作成したデータテーブルが表示されている。最大風速を除く飛球条件は自動的にこのデータテーブルに入力され、各条件に応じた飛距離の値も自動的に入力される。得られた飛距離のデータを分析プラットフォームで分析し、飛距離に影響する因子を特定し、それらの因子で飛球モデルを作成する。その後、目標とする飛距離を実現するための因子の最適値を設定して目標の飛距離を実現することで包括的実験計画法の実践的な教育を行う。



(1) 飛球シミュレーター (2) JMP データテーブル

図 5 飛球シミュレーターと JMP データテーブル

現状把握として、飛球シミュレーターの飛球の様子を図 6 に示す。最大風速 2 の状態で 12 個の因子をそれぞれの表示された初期値に設定し、30 回飛球した結果の分布が示されている。目標 30 に対して下限が 28.5、上限が 31.5 のとき、平均が 31.77、標準偏差が 1.13、目標に対する偏りが 1.77 となった。このとき、工程能力は C_{pk} は 0.07、 C_p は 0.61 となった。

工程能力の目標値（あるべき姿）は、 C_{pk} も C_p も 1.33 以上である。誤差のばらつきの標準偏差が大きいため、これを改善して C_p を向上させる必要がある。そのためには誤差の原因である最大風速を低下させる必要がある。これは飛球シミュレーターの因子とは別に何らかの固有技術に基づく改善を行い、風速を低下させることを意味する。

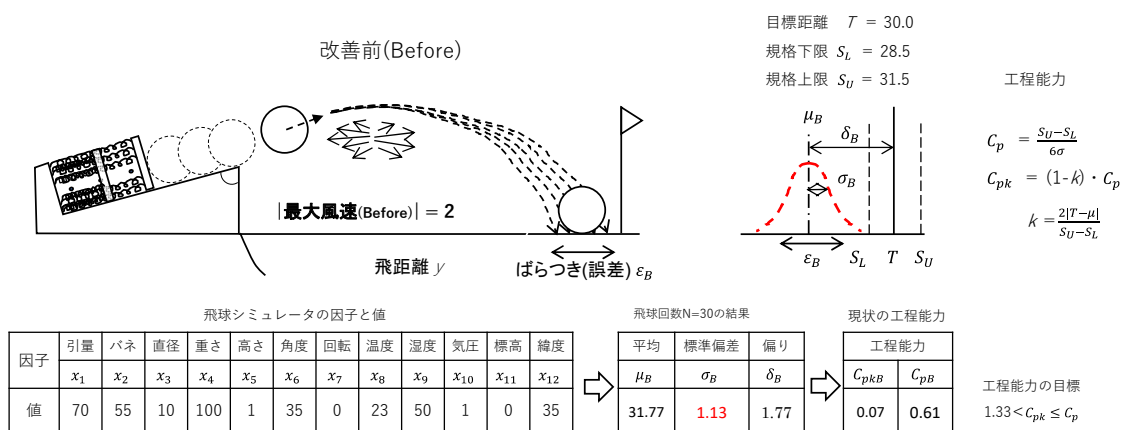


図 6 現状の把握

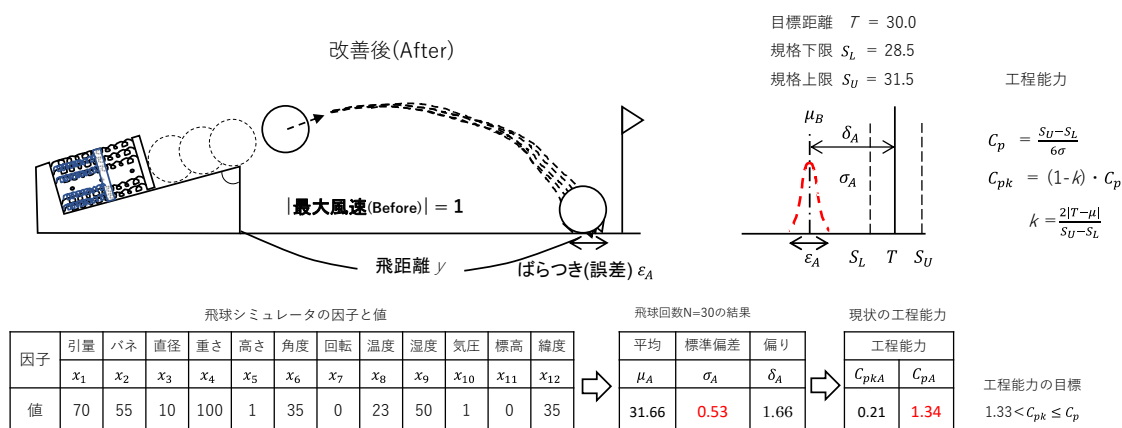


図 7 工程および誤差の改善（低減）

工程を改善（誤差を低減）して飛球のばらつき、誤差を改善した様子を図 7 に示す。この場合の改善とは、例えば周囲をフェンス等で囲むというような対策のことを意味する。固有技術に基づいた対策によって最大風速を 2 から 1 に改善し、その結果飛距離のばらつきが減少したとする。飛球シミュレータの因子と値は現状把握の時と同じである。飛距離の平均は 31.66 とさきほどと変わらないが、ばらつきは標準偏差が 1.13 から 0.53 に減少している。偏りは 1.77 から 1.66 に変化したが先ほどと同程度である。

この結果、工程能力 C_{pk} は 0.07 から 0.21 と僅かな改善であるが、 C_p は 0.61 から 1.34 と大きく改善し、目標とする 1.33 以上を達成した。ばらつきの低減により C_p の改善は達成したので、次は C_{pk} の改善のために偏りをより小さくする必要がある。そのために因子の最適値を求めて偏りを小さくし、目標達成するために実験計画法を適用する。

4. 飛球シミュレータと JMP を用いた包括的実験計画法の事例紹介

4.1 現状の把握

飛球条件を一定とした時、風速 2 であれば C_p も C_{pk} も目標を達成することができない。しかし固有技術で風速 1 に改善した結果、 C_p は目標 1.33 をクリアしたが、 C_{pk} は目標未達であった。風速の方向や強さのランダムな変化が特性（距離）のばらつきの原因であり、風への適切な対策を行うことが重要である。

そこで距離をモデル化するとき風速はどのような影響があるかを調査し、

また風速の絶対値の影響はどの程度許容できるかを検討することが重要である。許容のための判断基準として工程能力指数 C_p に注目し、 $1.33 \leq C_p$ であれば風速の影響は許容することができるのである。なお C_{pk} 向上は目標と平均値のズレ（偏り）を低減しなければならぬ。これは実験計画法に基づいて最適化を行うとする設計の問題である。

4.2 誤差の低減

風速の低減前は $C_{pk} \leq C_p < 1.33$ であるが低減後は $C_{pk} < 1.33 < C_p$ となった。風に対する対策（フェンスの設置等）、すなわち改善を行うことで C_p に関しては目標を達成することができた。実務ではこのように誤差のばらつきの低減を行うことが重要である。しかしこのことを仮想教材で体験学習するためには工夫が必要であるこれに関しては高橋の研究^[10]がある。ここでは誤差のばらつき低減を説明することは割愛する。以上の取組みを図 8 に整理した。最大風速は 1 として以後の実験を行うこととした。

4.3 因子の絞込

Step1 の結果を踏まえ、Step2 では実験計画法による対象のモデル化を行う。対象とする飛球工程の距離 (y) は想定モデル $f(x)$ と LOF (Lack of Fit)^[2] と呼ばれるあてはまりの悪さ、及び誤差 ε からなり、推定モデルは p 個の制御因子 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$ から成るとする。誤差は平均値 0、分散 σ^2 の正規分布に従うとする。

$$\mathbf{x}_B = (70, 55, 10, 100, 1, 35, 0, 23, 50, 1, 0, 35)$$

Wind=2

Run	μ	σ	C_p	C_{pk}
1	31.84	1.152	0.58	0.05
2	31.57	1.251	0.53	0.12
3	31.88	1.367	0.49	0.03
4	31.80	0.837	0.80	0.08
5	31.75	1.043	0.64	0.08
Ave	31.77	1.13	0.61	0.07

Wind=1

Run	μ	σ	C_p	C_{pk}
1	31.59	0.465	1.44	0.3
2	31.65	0.556	1.28	0.21
3	31.59	0.626	1.27	0.22
4	31.70	0.495	1.35	0.2
5	31.79	0.496	1.34	0.14
Ave	31.66	0.53	1.34	0.21

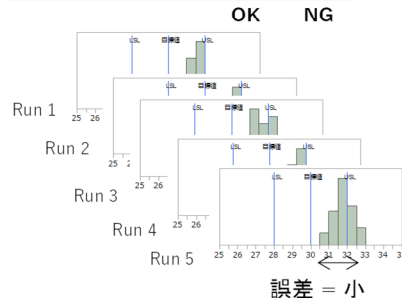
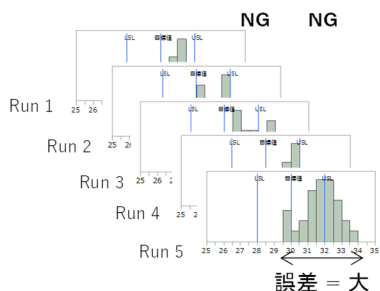


図 8 誤差の低減前（左）と低減後（右）の飛球データ

$$y = f(\mathbf{x}) + LOF + \varepsilon, \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_p) \quad (1)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (2)$$

$f(\mathbf{x})$ は定数項、1 次項すなわち主効果、積項すなわち交互作用から成るとする。しかし実際にはこの想定モデルは LOF が大きい可能性もある。例えば式(3)に示すように 2 次項を含むモデルが必要になる可能性がある。

$$f(\mathbf{x}) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + x_px_p + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + \dots + b_{(p-1)p}x_{(p-1)}x_p \quad (3)$$

実験の水準幅が広い因子に関しては 2 次項を必要とすることが少なくない。飛球工程の場合は角度や回転がそれにあたる。その場合は LOF によって生じる乖離を修正することが必要となるが、これは後述する修正作業で対応する。

また正確な推定モデルの作成には変数変換が必要である。変数変換について図 9 を用いて説明する。JMP では実験計画を用いた際はコード化変換が標準である。また中心化変換は高次項（積項、2 次項以上の項）のみに対して行われている。なぜならば、1 次項は中心化変換の有無に係わらずその係数値が同じとなるからである。元の変数、例えば、ばねの引き量 (x_1) は 60 cm から 80 cm の間で実験を計画しており、ばねの本数 (x_2) は 30 本から 80 本の間で実験を計画している。それぞれ中心点が 70 及び 55 であるが、中心化変換した変数の場合、中心点が全て 0 となるように設定値の上限と下限を変換する。コード化変換した変数では、中心化変換したうえで、さらに上限と下限の値を 1 と -1 となるように変換する。

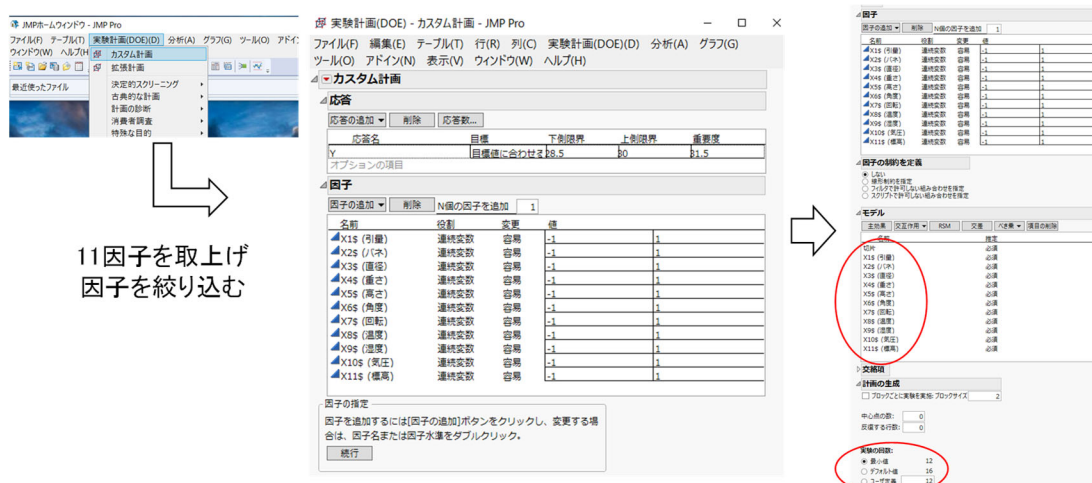
元の変数					中心化された変数				コード化された変数			
x_i					$x_{i\#} = x_i - \left(\frac{x_{iU} - x_{iL}}{2}\right)$				$x_{i\$} = \frac{x_i - \left(\frac{x_{iU} + x_{iL}}{2}\right)}{\left(\frac{x_{iU} - x_{iL}}{2}\right)}$			
因子	x_i	L1	中心点	L2	$x_{i\#}$	L1	中心点	L2	$x_{i\$}$	L1	中心点	L2
引量	x_1	60	70	80	$x_{1\#}$	-10	0	10	$x_{1\$}$	-1	0	1
バネ	x_2	30	55	80	$x_{2\#}$	-25	0	25	$x_{2\$}$	-1	0	1
直径	x_3	8	10	12	$x_{3\#}$	-2	0	2	$x_{3\$}$	-1	0	1
重さ	x_4	80	100	120	$x_{4\#}$	-20	0	20	$x_{4\$}$	-1	0	1
高さ	x_5	0.5	1.0	1.5	$x_{5\#}$	-0.5	0	0.5	$x_{5\$}$	-1	0	1
...
緯度	x_{12}	34	35	36	$x_{12\#}$	-1	0	1	$x_{12\$}$	-1	0	1

図 9 変数変換

このように変換された変数でモデリングを行うことで、項の間の相関の問題を回避することができるため正確な推定モデルが構築できる。なおコード化は各項が結果に与える影響の強さを比較することができる変数変換である。同じ目的で標準偏回帰係数が用いられるが、これらの説明は割愛する。

次に、JMPのカスタム計画を使用した因子の絞込、すなわちスクリーニングの実験計画を図 10 に示す。実験計画 (DOE) からカスタム計画のメニューを選び、11 因子を指定して続行を押すと 11 因子によるモデルを推定する実験が計画される。実験回数は最小値の 12 回を選択する。

カスタム計画で作成した実験回数 12 回の計画表と飛距離の値を図 11 に示す。この図にはコード化された変数による計画表が示され、それぞれの条件で飛球したときの飛距離が示されている。



(1) カスタム計画の選択 (2) 11因子の指定 (3) 11因子による12回のカスタム実験計画

図 10 スクリーニング計画

コード化された変数

$$x_{i\$} = \frac{x_i - \frac{(x_{iU} + x_{iL})}{2}}{\frac{(x_{iU} - x_{iL})}{2}}$$

コード化された変数による計画表

No	コード化された変数											Y
	$x_{1\$}$	$x_{2\$}$	$x_{3\$}$	$x_{4\$}$	$x_{5\$}$	$x_{6\$}$	$x_{7\$}$	$x_{8\$}$	$x_{9\$}$	$x_{10\$}$	$x_{11\$}$	
1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	27.31
2	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	26.86
3	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	21.12
4	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	42.83
5	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	42.90
6	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	34.67
7	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	50.13
8	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	36.76
9	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	36.40
10	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	51.36
11	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	47.50
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	45.49

図 11 スクリーニング計画表

12 回の実験結果を JMP の分析プラットフォームにおけるステップワイズにより分析した結果を図 12 に示す。ステップワイズの分析画面において、変数を追加するとき、および除去するときの p 値をそれぞれ 0.25（これはデフォルト値であり、必要に応じて変更することも可能）として実行を押すと 6 個のパラメータが選択される。

モデルの実行により p 値の小さい（対数値の大きい）パラメータが示される。ここでは価値の大きなものから 5 つを選択する。すなわち、引き量、バネの本数、球の直径、質量、高さが選択された。

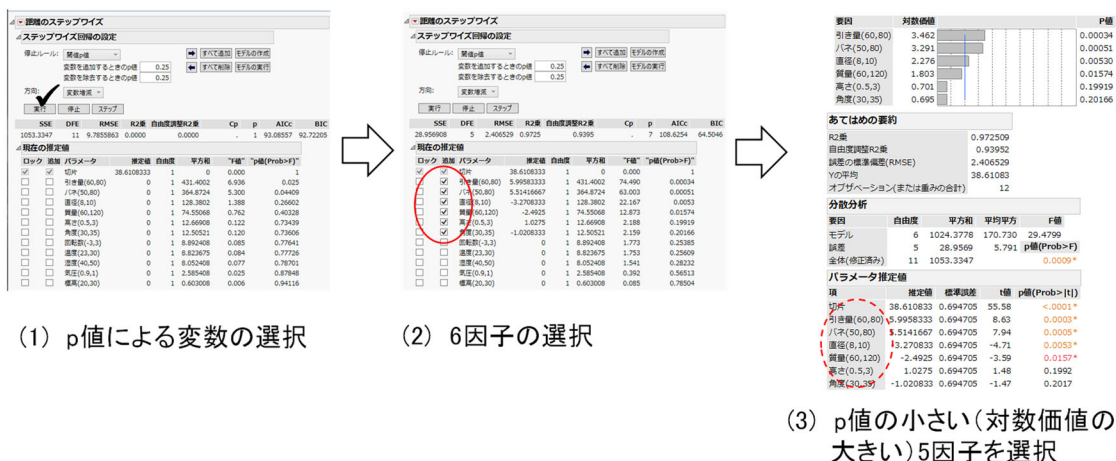
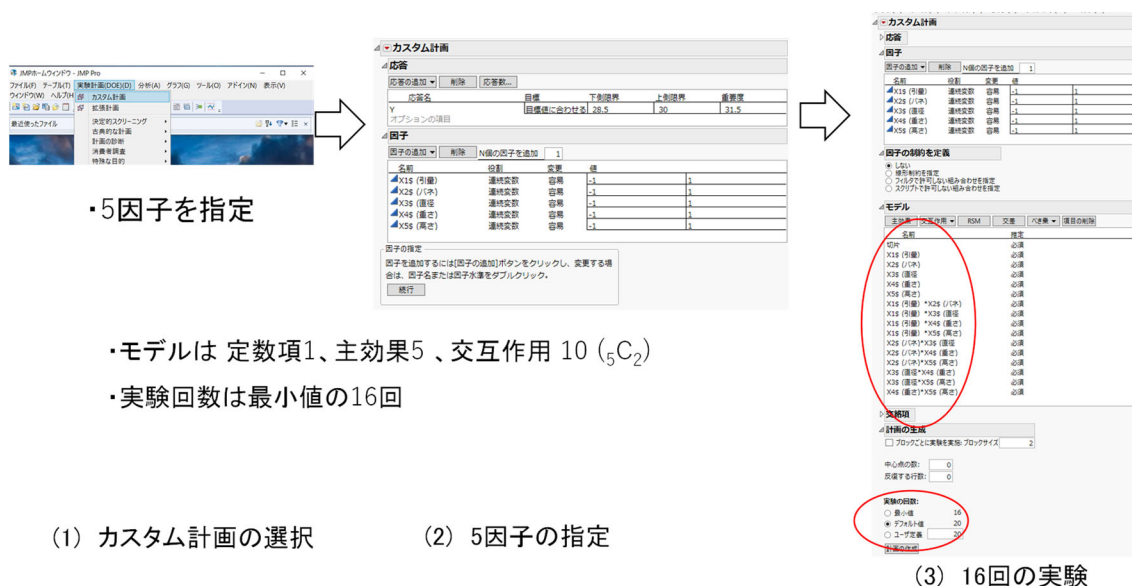


図 12 ステップワイズによる分析



・5因子を指定

- ・モデルは 定数項1、主効果5、交互作用 10 (${}_5C_2$)
- ・実験回数は最小値の16回

(1) カスタム計画の選択

(2) 5因子の指定

(3) 16回の実験

図 13 モデリング実験の計画

4.4 模型の作成

スクリーニング実験により因子は5つに絞り込まれた。この5因子で飛距離のモデルを作成するモデリング実験を行うため、JMPのカスタム計画で実験計画を作成した。ここでは十分な安全を考慮して、存在する可能性のある全ての主効果5個と、それらの全ての組合せである10個の交互作用を評価する実験を計画した。実験回数のデフォルト値は20であるが、ここでは実験サイズを小さくしたいという理由で最小値の16を選択した。以上の様子を図13に示す。

次に、実験回数16回の計画表と得られた飛距離の値を図14に示す。コード化変換した実験条件(変数 $x_{i\$,}$ ($i=1\sim 5$))から飛距離 y をJMPの[分析プラットフォーム] → [ステップワイズ]で分散分析し、変数選択を行った。その結果得られた飛距離のモデルを図15に示した。以下詳細を述べる。

変数選択は前節と同様P値により行い、その結果をp値の小さい(対数値値の大きい)順に(1)効果の要約として示した。そして変数 $x_{i\$,}$ の効果の大きさと(2)パラメータ推定値の大きさも対応している。このパラメータ推定値、すなわち偏回帰係数を基に、元の変数 x_i を使用して(3)コード化されたモデル式を表示した。

ここで、モデル式の偏回帰係数について検討するため、コード化変換した式(実験計画使用時のJMP標準)、中心化変換した式(筆者が中心化変換した

No	$x_{1\$}$	$x_{2\$}$	$x_{3\$}$	$x_{4\$}$	$x_{5\$}$	y
1	-1	-1	-1	-1	1	21.54
2	-1	-1	-1	1	-1	15.55
3	-1	-1	1	-1	-1	16.49
4	-1	-1	1	1	1	14.3
5	-1	1	-1	-1	-1	40.9
6	-1	1	-1	1	1	36.05
7	-1	1	1	-1	1	29.11
8	-1	1	1	1	-1	26.67
9	1	-1	-1	-1	-1	31.21
10	1	-1	-1	1	1	26.37
11	1	-1	1	-1	1	24.38
12	1	-1	1	1	-1	20.44
13	1	1	-1	-1	1	58.32
14	1	1	-1	1	-1	52.8
15	1	1	1	-1	-1	39.63
16	1	1	1	1	1	38.79

図 14 モデリングの実験計画表と実験結果（データ）



図 15 飛距離のモデル

データファイルを作り、それを用いて分析した式)、中心化変換した JMP の出力の式 (JMP は[分析]→[モデルのあてはめ]により変数選択の重回帰分析ができるが、この場合は積項や 2 次項だけを中心化変換するので注意が必要)、さらには元の変数に戻した式 (コード化変換で求めた式、あるいは中心化変換した式を展開した式) を図 16 に示した。そして変数選択、係数の絶対値、係数の単位や符号、予測計算の難易度、について検討した。

・コード化変換した式 (実験計画使用時のJMP標準)

$$f_{\$}(x_{\$}) = 30.8 + 5.71x_{\$1} + 9.50x_{\$2} - 4.56x_{\$3} - 1.91x_{\$4} + 0.32x_{\$5} + 1.39x_{\$1}x_{\$2} - 1.12x_{\$1}x_{\$3} \dots$$

・中心化変換した式

$$f_{\#}(x_{\#}) = 30.8 + 0.57x_{\#1} + 0.38x_{\#2} - 2.28x_{\#3} - 0.10x_{\#4} + 0.65x_{\#5} + 0.01x_{\#1}x_{\#2} - 0.06x_{\#1}x_{\#3} \dots$$

・中心化変換したJMP出力の式

$$f(x) = -1.64 + 0.57x_1 + 0.38x_2 - 2.28x_3 - 0.10x_4 + 0.65x_5 + 0.01x_{\#1}x_{\#2} - 0.06x_{\#1}x_{\#3} \dots$$

・元の変数に戻した式

$$f(x) = -19.6 + 0.80x_1 + 0.38x_2 + 2.11x_3 - 0.27x_4 + 0.77x_5 + 0.01x_1x_2 - 0.06x_1x_3 \dots$$

マイナス値は無意味 係数の符号が異なる

	変数選択	係数の絶対値	係数の単位、符号	予測計算
コード化	○ (問題なし)	○ (比較可能)	× (単位なし)	△ (手計算やや難)
中心化	○ (問題なし)	× (比較不可)	○ (単位あり)	△ (手計算やや難)
元の変数	× (問題あり)	× (比較不可)	× (符号意味なし)	○ (容易)

図 16 モデル式の偏回帰係数とその分析

コード化変換した式 (実験計画使用時の JMP 標準) では $x_{i\$}$ 、中心化変換した式では $x_{i\#}$ 、もとの変数に戻した式では x_i が使用されているが、中心化変換した JMP 出力式では、1 次項は x_i 、積項は $x_{i\#}$ となっている点に注意が必要である。その理由は、JMP の実験計画はコード化変換が標準であり、敢えて中心化変換を実行させると、積項および 2 次項以上の高次項のみが中心化変換され、1 次項は中心化変換されない。その理由も含めて以下に順を追って解説する。

まず変数選択では、常に正確に行うためにはコード化変換または中心化変換が必要である。変数変換していないデータを重回帰分析して変数選択してはならない。その理由は、変数間に強い相関がある場合、元の変数のままでは正しい変数選択ができないリスクがあるためである。そのような場合でも 1 次項 (主効果) に関しては中心化変換をしてもしなくても同じ結果になる。JMP の中心化変換の出力式で 1 次項が変換されない理由はこれによると推測される。ただしこの式の切片は無意味な切片となる。これに対してコード化変換した式の切片と中心化変換した式の切片は中心化切片と呼ばれ有益な情報を与える。この切片の値は全ての変数がそれぞれの水準の中心の場合の y の値であり、この値の周りに飛距離 y が実現する。従って、この値は設計において重要視すべき情報である。

次に係数の絶対値の比較では、コード化変換した式では係数どうしの y に対

する影響の強さの大小比較が可能である。しかし中心化変換式と元の変数の式では係数どうしの影響の強さの大小比較はできない。また、係数の単位や符号について、定量的に正しく示しているのは中心化変換した式である。コード変換した式では単位は考慮されないの式の意味解釈においては利用が難しい。

予測計算では元の変数の式が最も容易に計算が可能である。しかし元の変数に戻した式では計算は容易だが定数項の値が負である点は、距離を測定している現場の状況を正しく反映していない。従って目的によって使い分けることがポイントである。

注意：コード化変換した式を展開した式と、中心化変換した式を展開した式は全く同じ式になる。この式は筆算や電卓による y （予測値）の計算には便利であるが、それ以外の使い道はない。特に注意が必要なことは、この式で意味解釈はできないということである。切片および各係数は符号が逆になることがあり、その値（絶対値）は不可解な値になることがあるからである。ところで最初から 1 次項と積項の全ての変数に関するデータ表を用意して、これを用いて無変換（元の変数のまま）で変数選択を行う人がいる。これは変数選択が正しく行われず、正しい意味解釈ができないことになり、非常に危険である。

4.5 照準の設定（模型による最適化）

工程の最適化を費用対効果の点で検討するとき、初期値の中でバネの本数を修正する。修正したモデル式から目標 30 に対する修正解を求める。バネの本数は整数であるため最適解は 51 本となる。もし整数化の影響が問題となった場合、後に別の因子で修正を行えばよい。その手順を下記に示す。

1. 初期値 (Beginning value) $x_B = (x_{B1}, x_{B2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (70, 55, 10, 100, 1)$
2. 修正条件 x_{B2} を修正*、 $(x_{B1}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (70, 10, 100, 1)$ は固定
3. 中心化したモデル式 $f(x_2) = 30.8 + 0.39(x_2 - 55)$
4. 目標 30 に対する修正解 x_{*2} $30 = 30.8 + 0.39(x_{*2} - 55)$
5. 制約条件 x_{*2} は整数 $\Rightarrow 51$
6. 最適解 $x_* = (x_{B1}, x_{*2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (70, 51, 10, 100, 1)$

x_{B2} （バネ本数）*は容易に管理できるため、まず初めの最適化に使用した

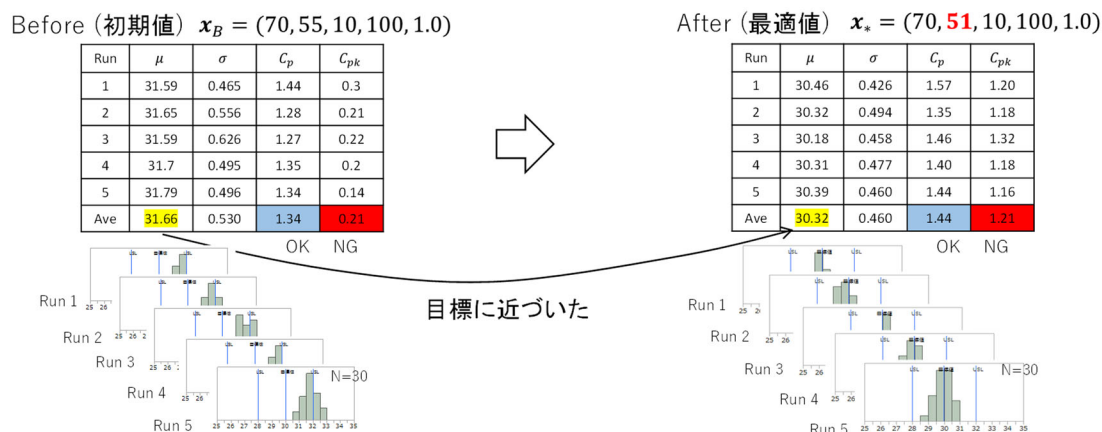


図 17 最適化の効果の確認

4.6 標的の命中（最適化の結果、効果の確認）

最適解の効果の確認の結果を図 17 に示す。最適化前と比較して工程能力 C_{pk} は 0.21 から 1.21 に大きく改善したが、目標とする 1.33 を超えることはできなかった。この時の平均値の偏りが十分に小さくなかったためである。そのため最適解の修正が必要であることが判明した。

4.7 乖離の低減（解の修正）

解（最適解）の修正も前節と同様に以下の方法で行うことができる。このとき、修正する因子はバネの引き量とし、前節では制約条件とした整数制約は設けないこととする。なぜならばバネの引き量は実数レベルで行うことができるからである。

1. これまでの最適解 $x_* = (x_{B1}, x_{*2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (70, 51, 10, 100, 1.0)$
2. 修正条件 x_{B1} を修正*、 $(x_{B2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (51, 10, 100, 1)$ は固定
3. 中心化したモデル式 $f(x_1) = 30.8 + 0.57(x_1 - 70)$
4. 目標30に対する修正解 x_{+1} $30 = 30.8 + 0.56(x_{+1} - 70)$
5. 修正した最適解 $x_+ = (x_{+1}, x_{*2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (69.8, 51, 10, 100, 1)$

* 2次項を評価しないことによるあてはまりの悪さ(LOF)が懸念される

x_{B1} (引き量)*は微量の調整が容易にできるため、修正に使用

ここで、最適解が $1.33 \leq C_{pk}$ を満たすことができなかった理由は、誤差のばらつきによる影響の他に、前述したように高次項を検討していないことによる

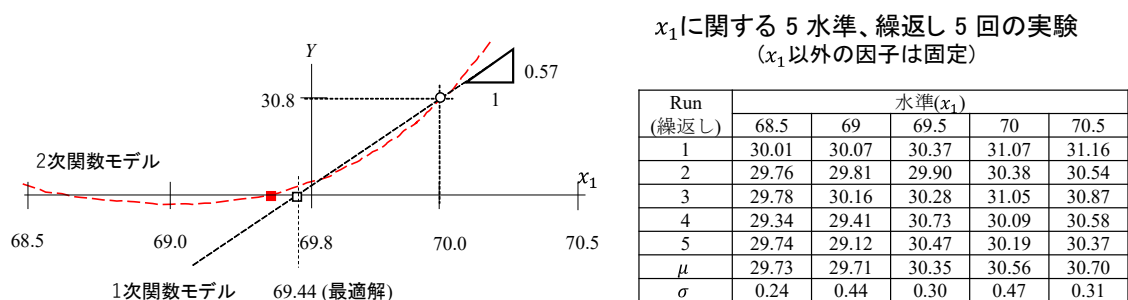


図 18 あてはまりの悪さ (LOF) を確認するための実験

あてはまりの悪さ (LOF) の可能性もある。そこでバネの引き量 x_1 について図 18 に示す 5 水準繰返し 5 回の実験を行った。水準数を 4 以上にすることにより必要な場合には 2 次項及び 3 次項にも対応することができるようにした。また同一水準で繰返しをとることで回帰分析により LOF の影響の有無を統計的に検討することができるようにした。

1 次モデルを前提とした LOF の分析において、2 次項以上の高次の項の欠如による LOF を JMP で検討した結果を図 19 に示す。p 値は 0.25 以上となり LOF を考慮する必要がないことが判明した。すなわち 1 次モデルで十分である。その結果、回帰分析による最適解の修正は下記のように行う。修正した最適解は (69.1, 51, 10, 100, 1) である。

$$(x_{B2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (55, 10, 100, 1) \text{ のもとで}$$

$$\text{2次モデル(中心化)} \quad g(x_{\#1}) = b_{0\#1} + b_{1\#1}x_{\#1} + \text{LOF}$$



2次項以上の高次項の欠如によるLOFを分散分析で検討	SS	ϕ	MS	F	p
Lack of fit	0.404	2	0.200	1.50	0.25
Pure Error	2.660	20	0.133	—	—
Total	3.064	22	—	—	—

p値 > 0.25 より LOF を考慮する必要なし



1次モデル

$$\text{(中心化)} \quad g(x_{\#1}) = 30.21 + 0.56 x_{\#1}$$

$$\text{(元の変数)} \quad g(x_1) = 30.21 + 0.56(x_1 - 69.5)$$

もし LOF が有意ならば、既に行った 5 水準実験から 2 次式を推定することが可能

図 19 あてはまりの悪さ (LOF) の評価結果

1. これまでの最適解 $\mathbf{x}_* = (x_{B1}, x_{*2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (70, 51, 10, 100, 1.0)$
2. 修正条件 x_{B1} を修正*、 $(x_{B2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (51, 10, 100, 1)$ は固定
3. 回帰式 $g(x_1) = 30.21 + 0.56(x_1 - 69.5)$
4. 目標30に対する修正解 x_{+1} $30 = 30.21 + 0.56(x_{+1} - 69.5)$
5. 修正した最適解 $\mathbf{x}_+ = (x_{+1}, x_{*2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}) = (69.1, 51, 10, 100, 1)$

x_{B1} (引き量)*は微量の調整が容易にできるため、修正に使用

4.8 包括的実験計画法の完了

現状把握における初期値にて、 C_p と C_{pk} はそれぞれ 1.34 と 0.21 であった。その後、スクリーニング実験とモデリング実験を行い、得られた最適解では、 C_p と C_{pk} はそれぞれ 1.44 と 1.21 であった。さらに LOF の検討を視野に入れて最適解を修正して C_p と C_{pk} はそれぞれ 1.56 と 1.48 となった。

このアプローチは 5 水準をとっているので必要な場合は 2 次モデルや 3 次モデルにも対応して修正をすることができる。1 次モデルを前提とした場合に LOF が有意ならば 2 次モデルを前提とした LOF の検定を行えばよい。そしてもしこの場合の LOF が有意ならば 3 次元モデルを前提とした LOF の検定をすればよい。多くの場合は 2 次モデルまでで十分となる。このように、包括的実験計画法により、 C_p および C_{pk} は目標とする 1.33 以上を達成した。以上の様子を図 20 に示す。

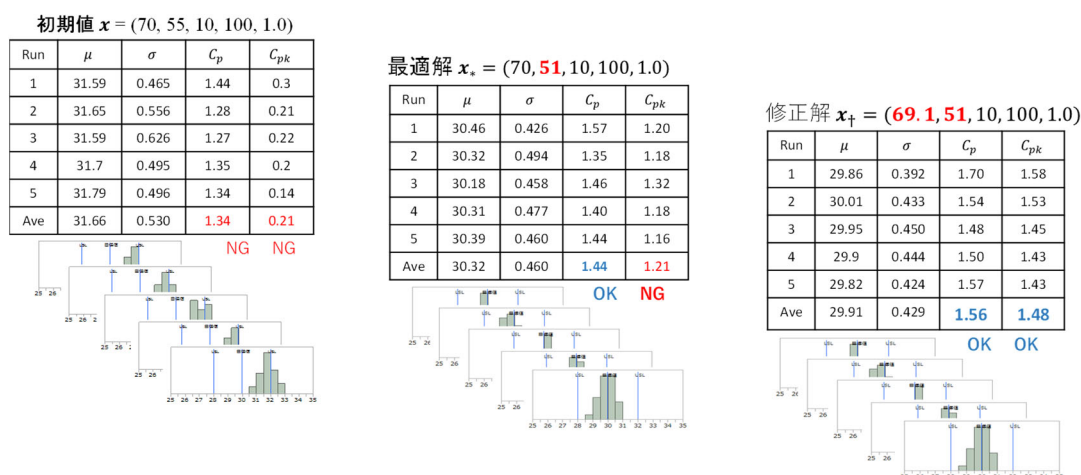


図 20 飛球工程を最適化した様子

5. おわりに

本書の結論は以下の3点となる。第一に、包括的実験計画法を構成することによって、誤差の確認と低減の方法、プロセスのモデル化と最適化のための実験計画法、及びLOFを検討し最適解を修正する方法を示した。第二に、モデル化を行う際に重要な変数変換として中心化変換とコード化変換を示すとともに、LOFの検討においては2次モデル及び3次モデルを評価するための5水準で繰返しのある実験データの解析を示した。第三に、飛球シミュレーターを用いたコンピュータによる仮想プロセスを用いることで、これら包括的実験計画法を理解するだけでなく、実践できる教育プログラムを完成させたことである。

参考文献

- [1] Box, G. E. P. (1992): "Teaching Engineers Experimental Design with a Paper Helicopter", *Quality Engineering*, 4 (3), 453-459.
- [2] Myers, R. H., and Carter, W. H. Jr. (1973): "Response surface techniques for dual response systems", *Technometrics*, 15 (2), 301-317.
- [3] Ogawa, A., and Takahashi, T. (2017): "Optimization of processing from quality management point of view" *Proceedings of the 15th Asian Network for Quality Congress, Kathmandu, JP-018*.
- [4] Wu, C. F. J., and Hamada, M. S. (2009): *Experiments: Planning Analysis and Optimization (2nd ed.)*, Wiley.
- [5] 日本品質管理学会中部支部産学連携研究会 (2010): 『開発・設計における“Qの確保” —より高いモノづくり品質をめざして』, 日本規格協会.
- [6] 日本品質管理学会中部支部産学連携研究会 (2015): 『開発・設計に必要な統計的品質管理- トヨタグループの実践事例を中心に』, 日本規格協会.
- [7] 小川昭, 高橋武則 (2017b): "統計モデルによる機械加工の最適化," 品質, 47, 3, 55-60.
- [8] 高橋武則 (1991): "問題を構成する要素と構造," 品質, 21, 129-139.
- [9] 高橋武則 (1993): 統計モデルとQC的問題解決法, 日本規格協会.
- [10] 高橋武則 (1998): 模擬生産・模擬実験と統計的品質管理, 品質月間委員会.
- [11] 高橋武則 (2016): "設計から量産までの模擬実技," JSQC第46回年次大会予稿集, 91-94.
- [12] 吉野睦, 仁科健 (2009): シミュレーションとSQC, 日本規格協会.

選抜型両側因果分析で得た結果にもとづく構造方程式モデリングへの接近

川崎 昌¹ 高橋 武則²

Sho KAWASAKI Takenori TAKAHASHI

【要旨】

構造方程式モデリング (Structural Equation Modeling; SEM) は、俯瞰的知見の獲得を目的として、複雑な仮説モデルの検証に用いられることが一般的である。しかし、このアプローチの核となる仮説モデルの構築には、丁寧な先行研究や対象領域の専門知識が不可欠であり、その準備や吟味にはかなりの時間とエネルギーを要する。また、仮説モデルの検討に試行錯誤を重ねたとしても、結果として適合度の良いモデルが獲得できるとは限らない。さらにその結果として、研究者自身が納得できかつ他者への説得性をもつ考察に繋がられないことも少なくない。

本発表では、重点指向 (Vital few trivial many) にもとづく選抜型両側因果分析の結果から出発し、発展的に SEM の仮説モデルに近づくための方法論を、オンライン調査の事例を用いて紹介する。仮説モデルを段階的に拡張していくこの方法論では、JMP Pro の分析ツールを活用することで、効率的に SEM の仮説モデル構築に向けて接近できると共に、複数モデルの適合度指標も容易に比較可能となる。なお、追加モデルのパス図を作成する際は、ヒントを得るために JMP-Add-in の PCD (Partial Correlation Diagram) を用いて交差凍結共分散選択を行う。その具体的な内容については本文で解説する。

【キーワード】 回帰分析、主成分分析、因子分析、選抜型両側因果分析、共分散選択、SEM (構造方程式モデリング)、準 SEM、交差凍結共分散選択

1. はじめに

近年、インターネットを活用したオンライン調査が盛んである。この調査方法は、社会調査の有力な手段として学術研究および企業の市場調査や組織調査の有力なツールとして幅広く活用されている^[1]。オンライン調査は、紙幅の制限がない Web サイトを利用するため、質問数が多くなりやすいという特徴を持つ^[2]。そのため、これらの調査データの分析を行う際は、多数の質問項目数をどのように扱うかが鍵となる。また、無記名式で行われる特定の目的のための調査では、回答者に負担がかからないよう配慮し、その上で、できる限り多くの情報を収集しておくことが望ましい。それによって、調査対象の実態を詳細に把握できる

¹ 川崎 昌 (Sho KAWASAKI) 桜美林大学 E-mail: kawasaki_s@obirin.ac.jp

² 高橋 武則 (Takenori TAKAHASHI) 慶應義塾大学大学院

可能性が高まる。

因果構造を含む質問項目が多い調査では、原因と結果の因果関係を定量的に把握するための基本的な手法として回帰分析が用いられる。たとえば、現状把握と手を打つべき対策の特定を目的とした満足度調査では以下のような設問構成になる。なお、()内は原則である。

*属性項目：回答者の情報（対策は打てないが層別ができる）

*結果項目：結果に関する評価

*原因項目：原因に関する評価（対策を打つことができる）

このときの解析に有効な方法として選抜型両側因果分析^[3]がある。この方法により、原因に関連する質問項目の中から主要な項目を合理的かつ効率よく選択することができる。しかし、質問数が多いと、主要原因項目が多数ひしめき合っていることも少なくない。その場合は、密集しているすべての項目に対策を講じるのは得策ではなく、因子分析によってこれらの項目の背後にある潜在因子を特定し、それに対して対策を講じることが合理的である^[4]。

本研究では、はじめに選抜型両側因果分析により、手を打つべき原因項目の背後にある共通の因子を確認する。この分析手法は、以下に示すように原因項目に対して表側と裏側の両側の因果分析から構成されるものである。

*表側因果分析：原因項目を表から主成分に縮約（内包）した主成分回帰分析

*裏側因果分析：原因項目の裏にある因子を炙り出した因子回帰分析

次に、この両側因果分析の結果を踏まえて因果仮説を可視化したパス図を作成し、さらに俯瞰的な知見を科学的に得るために、構造方程式モデリング（Structural Equation Modeling; SEM）への接近を試みる。

SEMは、俯瞰的な知見の獲得を目的として、複雑な仮説モデルの検証に用いられることが一般的である^[5]。しかし、このアプローチの核となる仮説モデルの構築には、丁寧な先行研究や対象領域の専門知識が不可欠であり、その準備や吟味にはかなりの時間とエネルギーを要する。また、仮説モデルの検討に試行錯誤を重ねたとしても、結果として適合度の良いモデルが獲得できるとは限らない。さらにその結果として、研究者自身が納得できかつ他者への説得性をもつ考察に繋がられないことも少なくない。

本発表では、重点指向（Vital few trivial many）にもとづく選抜型両側因果分析の結果から出発し、発展的にSEMの仮説モデルに近づくための方法論をオンライン調査の事例を用いて紹介する。この方法によって得られる結果は、いわゆるSEMの形となっているが、本来のSEMそのものをめざしたアプローチではない。このためSEMに準ずるものという意味で、この方法を本研究では準SEM（Quasi SEM）と呼ぶ。

仮説モデルを段階的に拡張していくこの方法論では、JMP Proの分析ツールを活用することで効率的にSEMの仮説モデル構築に向け接近できると共に、複数モデルの適合度指標も容易に比較可能となる。Discovery Summit Japan 2021の発表時は、実調査データを用いたJMPデモンストレーションを交えてこの方法論の具体的な解説を行った。

2. 事例の概要

2.1 調査概要

本研究で解析に適用する事例は、2016年8月に実施された質問項目数の多い調査である。調査対象者は、インターネット調査会社が保有するモニターから日本各地の企業に勤務する者を任意に抽出した。調査会社を通じてアンケートへの回答を依頼した結果、1,000名から回答が得られた。そのうち会社役員や49名以下の小規模企業の勤務者、回答に不備があった者のデータを除き、733件の回答データを本研究の分析対象とした。

分析対象者733名の内訳は、男性552名(75.3%)、女性181名(24.7%)、平均年齢は44.2歳(SD=9.0)であり、年齢範囲は20歳から59歳であった。また、既婚者が全体の約6割、役職の付いていない一般社員が全体の約半数を占めた。分析対象者の勤務先は、従業員数99名以下の企業に勤務する者が168名(22.9%)、100~299名が37.8%、300~999名が20.1%、従業員数1000名以上の企業勤務者が141名(19.2%)であった。また、勤務先の業種は、36の業種に細かく分かれ、業界の偏りはみられないことが確認できた。

2.2 分析項目

本研究の分析には、結果変数4項目および原因変数の24項目の合計28項目が用いられた。いずれの項目も、「1=まったく当てはまらない」から中央に「4=どちらとも言えない」を挟み、「7=とても当てはまる」までの選択肢を使用し、回答が集められた。

本研究ではこれらの回答尺度を定量的に連続尺度とみなし、統計ソフトウェアJMP® 16 (SAS Institute Inc., Cary, NC, USA)を用いて解析を行なった。表1に分析項目の質問内容と各項目の平均値、標準偏差を一覧としてまとめた。

3. 選抜型両側因果分析の事例適用

選抜型両側因果分析は、以下の小見出しのタイトルに示されている8つのステップで実行されるものである。この解析手法は、重点指向にもとづき、施策提案の方向性を導き出すことを目的として行われる^[6]。3.1から3.4までの一連の分析が表側の因果分析であり、かつ選抜型多群主成分回帰分析^[7]と言えるものである。また、3.6が裏側の因果分析である。

これらの分析ステップでは、主成分分析、相関分析、主成分を用いた重回帰分析；主成分回帰分析や因子分析が用いられる。JMPによる分析方法はデモンストレーションで示した。

3.1 結果系項目の主成分分析

選抜型両側因果分析の第一ステップとして、Y群の結果系変数4項目の主成分分析を行なった。その結果、第1主成分の寄与率が71.7%であり、固有値が1.0を超えているのも第1主成分のみであった。重点思考にもとづき、この第1主成分をZY1と名前を付けて保存し、本研究の分析モデルにおける目的変数に設定した。

表 1 分析項目の内容、平均値、標準偏差

群	観測変数	質問内容	M	SD	
Y群 (結果系)	y01	今の会社で働いていれば、社会人として、どこでも通用する実力が得られる	3.72	1.31	
	y02	今の会社組織では、個人の自己実現が尊重される	3.73	1.25	
	y03	今の会社は、優れた業績をあげている	3.78	1.26	
	y04	今の会社には、イノベーションを起こせる組織力がある	3.56	1.24	
A群 (原因系)	x13	他社よりも高い報酬体系が用意されている	3.44	1.39	
	x15	昇進のスピードが速い	3.39	1.28	
	x16	成果に応じたインセンティブ報酬が得られる	3.39	1.38	
	x05	個人の業務目標は本人が決める	3.99	1.26	
B群 (原因系)	x07	担当する業務の役割を越えた提案ができる	3.97	1.18	
	x08	自分の裁量と責任で、仕事が進められる	4.08	1.26	
	x10	コツコツ努力していれば収入が保障される	3.96	1.29	
	x11	将来に渡り、長く勤務することができる	4.26	1.27	
	x12	福利厚生が充実している	3.96	1.36	
	x14	家族や友人が認めてくれる職場である	3.98	1.24	
	x17	仕事を通じて、自己成長を実感できる	3.75	1.27	
	x18	社会的に意義のある仕事である	4.08	1.28	
	x19	仕事で達成感が得られる	3.92	1.28	
	x20	仕事でやりがいを感じられる	3.95	1.32	
	x21	組織の長期的な持続成長を追求する	4.04	1.19	
	x23	仲間からの励ましがある	3.93	1.22	
	x24	上司のサポートが得られる	3.90	1.35	
	除外 (原因系)	x01	労働時間が規則正しい	4.22	1.64
		x02	時間外労働(残業)がしっかり管理されている	4.24	1.60
		x03	実力以上の仕事が任されることはない	3.86	1.26
x04		伝統や慣習を重んじる	4.17	1.18	
x06		担当する業務に1人1人が責任を持つ	4.38	1.18	
x09		創造や変革より、現実的な問題解決を重視する	4.26	1.18	
	x22	組織の短期的な売上利益を追求する	3.92	1.20	

この ZY1 は、本研究で多数発生する主成分因子に対して名前を付けるルールとして、主成分を表す Z、群を表す Y、第 1 主成分を表す 1 を組み合わせたものである。本研究では、この後の主成分の保存においても同様の名付けルールを用いる。また因子の場合も同じで、因子を F で表す。なお、縮約という点から多くの場合は第 1 主成分を取り上げれば十分であるが、事例では原則として第 2 主成分までを保存している。

3.2 原因系項目の選抜

次に、目的変数として設定した ZY1 と原因系変数の相関分析を行なった。その結果にもとづき、ZY1 との相関係数が高い項目を選抜し、逆に相関係数が低い項目を分析から除外した。表 1 において、除外された項目を確認することができる。

このときの選抜基準に絶対的なものはない。目的変数 ZY1 に対してほとんど影響のない項目を選抜すると雑味になり、ポイントを絞った分析が困難になる。一方、除外する項目が多くなりすぎると、この後のステップで行う因果モデルの解析時に適合度指標は悪くなる。そのため、専門的な知見も加味し、重要な項目が削除されないよう留意しながら選抜することが望ましい。

3.3 原因系の群ごとの主成分分析

A 群と B 群、それぞれ群ごとに主成分分析を実行し、原則として第 1 主成分と第 2 主成分を保存した。B 群では、第 3 主成分も固有値が 1.0 を超えていたため、この主成分も保存した。したがって、主成分：ZA1、ZA2、ZB1、ZB2、ZB3 が保存された。

ここで、主成分の因子負荷量図を参照し、軸（主成分）の解釈を行うこともできる。しかし、選抜型両側因果分析では、主成分をカプセル（主成分は項目の線形結合のために実体がなく、これを比喩的に項目の容器と把握）に見立てて解析に用いている。そのため、軸の解釈を行わないまま次のステップに進むことが可能である。

3.4 主成分回帰分析（表側の因果分析）

結果系 ZY1（Y 群の第 1 主成分）を目的変数、原因系の 5 つの主成分 ZA1（A 群の第 1 主成分）、ZA2（A 群の第 2 主成分）、ZB1（B 群の第 1 主成分）、ZB2（B 群の第 2 主成分）、ZB3（B 群の第 3 主成分）を説明変数に設定して、ステップワイズ法の主成分回帰分析（ p 値を用いた変数増減法で追加 2.0、削除 2.0 としている）を行なった。その結果、ZY1 に影響のある主成分は、ZA1、ZB1、ZB2 であることが明らかになった。この主成分回帰分析が、表側の因果分析と言えるものである。この結果を含む構造模型図⁸⁾を図 2 に示す。

図 3 にこの本事例の主成分分析結果を示した。自由度調整済 R² 乗は 0.43 であり、人を対象とした人文科学、社会科学の調査データとしてまずまずの結果と言えよう。また、VIF も問題がないことが確認できた。

3.5 合成ベクトルにもとづく主要原因項目の確認

B 群の因子負荷量図に ZB1 と ZB2 の合成ベクトルを作図した（図 4）。合成ベクトルの作図には、図 3 の ZB1 と ZB2 の推定値（偏回帰係数）の比を用いており、この合成ベクトル上に線を射影し、その値（座標）にもとづき本事例における重要な原因変数を確認した。主成分回帰分析の中で選択された重要な主成分の中にある重要な（因子負荷量の絶対値の大きい）原因項目を、手を打つべき主要項目（主要原因項目）と呼ぶ。一方、A 群の因子負荷量図上には合成しないベクトルを作図した（図 5）。

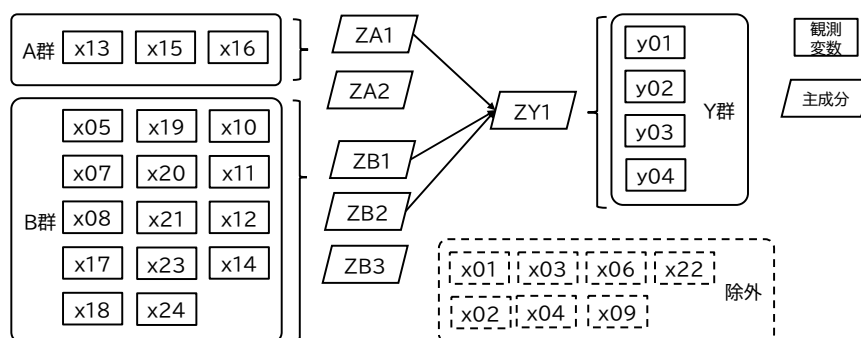


図 2 選抜型多群主成分回帰分析（表側因果分析）の構造模型図

効果の要約	
要因	対数値
ZB1	34.880
ZA1	9.504
ZB2	2.951

P値	
ZB1	0.00000
ZA1	0.00000
ZB2	0.00112

あてはめの要約	
R2乗	0.435054
自由度調整R2乗	0.432729
誤差の標準偏差(RMSE)	1.275914
Yの平均	-8.6e-16
オブザベーション(または重みの合計)	733

分散分析				
要因	自由度	平方和	平均平方	F値
モデル	3	913.9173	304.639	187.1297
誤差	729	1186.7810	1.628	p値(Prob>F)
全体(修正済み)	732	2100.6983		<.0001*

パラメータ推定値						
項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)	標準β	VIF
切片	4.143e-15	0.047127	0.00	1.0000	0	.
ZA1	0.262984	0.041216	6.38	<.0001*	0.232539	1.713903
ZB1	0.3046139	0.02316	13.15	<.0001*	0.479252	1.7133015
ZB2	0.1404955	0.042945	3.27	0.0011*	0.0911	1.0006015

図3 主成分回帰分析（表側の因果分析）結果

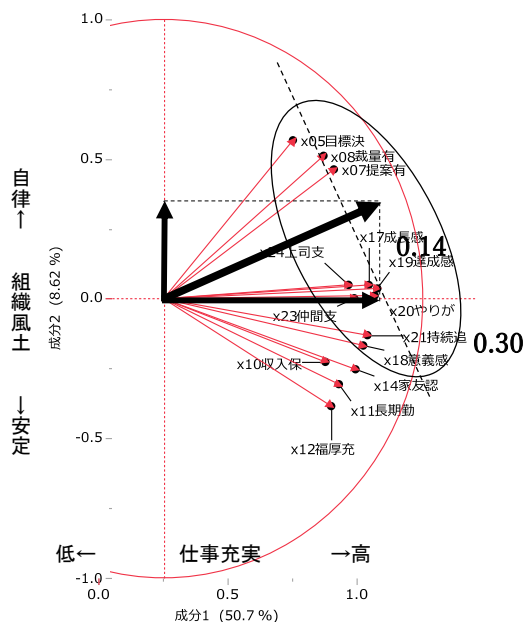


図4 B群の因子負荷量と合成ベクトル

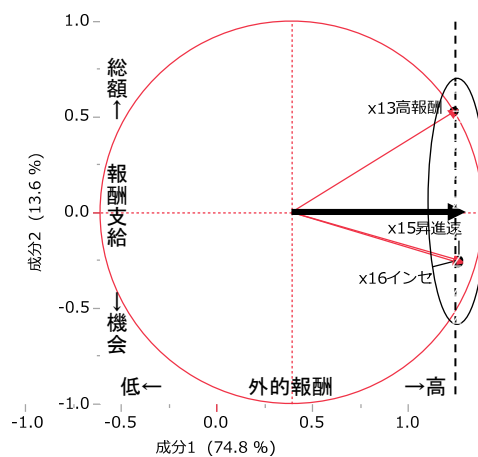


図5 A群の因子負荷量とベクトル

この B 群の結果では、主要な原因項目が複数存在していたため、これらの背後にある因子を探り、手を打つことが必要になった。よって、両側因果分析による主要項目の裏側の解析（原因系主要項目の裏にある根本原因の炙り出し）を進めることにした。

3.6 密集している主要原因項目の因子分析（裏側の因果分析）

図4において密集している主要原因変数は10項目であった。バリマックス回転によりこれらの項目の因子分析を行った。その分析結果を図6に示した。本事例では、FB1とFB2の2つの因子が見いだされた。この因子分析が主要項目の裏側の因果分析（主要原因項目の裏にある根本原因の炙り出し）に当たるものである。この結果を含む選抜型両側因果分析の構造模型図を図7に示した。

主成分は相関関係を回避する手段（変数のカプセル）であり、実態がなく手を打つ対象ではないため、その意味を必ずしも読み解く必要はない。しかし、因子はたまたま潜在という形になっているが実態があるため手を打つことができる。そして手を打つためには、これをきちんと読み解かなければならない。

4 構造方程式モデリング（Structural Equation Modeling; SEM）への接近

本章では準SEMの3つのモデルを比較し、SEMへの接近を試みる。まず、その準備としてA群の3項目、Y群の4項目、それぞれの背後にある因子を炙り出し、因子を用いた因子回帰分析を行なった。このときの目的変数にはY群の因子；FY、説明変数にはA群の

回転後の因子負荷量		
	因子1	因子2
x20やりが	0.8774687	0.2350110
x19達成感	0.8763481	0.2607055
x17成長感	0.7150042	0.3503079
x18意義感	0.6869779	0.2600590
x21持続追	0.6464185	0.3275793
x23仲間支	0.6037962	0.3414485
x24上司支	0.5343212	0.3936898
FB1		
x08裁量有	0.2906503	0.6873987
x07提案有	0.3708061	0.6450932
x05目標決	0.1643125	0.6425677
FB2		

図6 密集している項目の因子分析結果

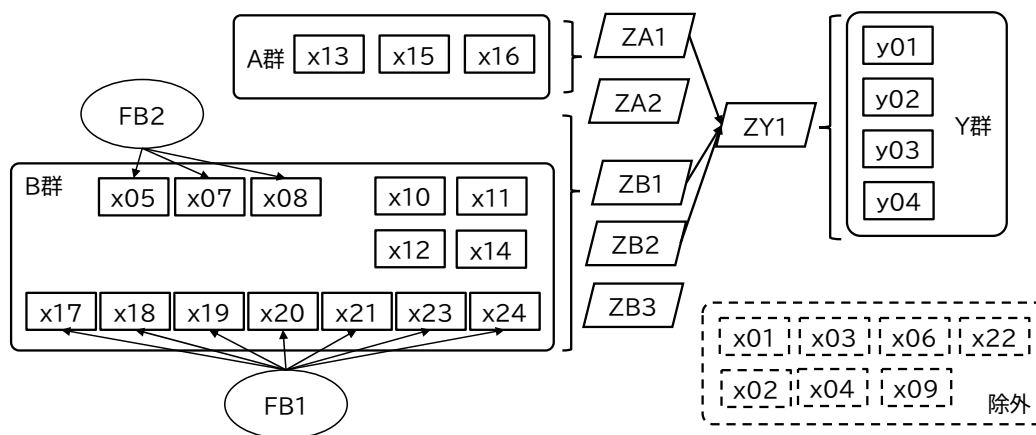


図7 選抜型両側因果分析の構造模型図

因子；FA、B 群の因子；FB1、FB2 を設定した。その結果、図 3 に示した主成分回帰分析結果と同等のモデルの当てはまりであることが確認できた。

次に準 SEM の 3 つのモデルについて整理する。

- A) 基本モデル：主要原因項目のみで作成
- B) 復帰モデル：準主要原因項目を復帰させて作成
- C) 追加モデル：非主要原因項目を追加して作成

基本モデルは、主要原因項目（すなわち、手を打つべきものとして最後まで選ばれた原因項目）のみで作成されるモデルである。復帰モデルは、準主要原因項目（すなわち、結果への影響力はあるが、最後に選ばれなかった原因項目）を復帰させて作成されるモデルである。追加モデルは、非主要原因項目（すなわち、結果への影響力が小さく、最初から除外された原因項目）を追加して作成されるモデルである。

基本モデルは、確実にモデル化できるが、復帰モデルは準主要原因項目が無ければ、また追加モデルは非主要原因項目が無ければモデル化できない。原因項目を復帰や追加した場合、適合度指標が劣化（低下）する可能性があるが、大きな劣化が無ければより項目の多いモデルを採用することで、より広い知見を獲得することが可能になる⁹⁾。ただし、劣化が激しい場合は採用すべきではない。また、非主要原因項目の中にはモデルに採用できない項目（「局外項目」と呼ぶ）が出てくることもあり、これについても考察が必要である。

4.1 準 SEM：①基本モデル

はじめに、準備段階で炙り出した因子の関係を検討し、基本モデルのパス図を作図した（図 8）。図中の (e) は誤差変数である。この図には、両側因果分析の過程において B 群の主要原因項目とならなかった 4 項目および選抜されなかった（すなわち、最初の段階で除外された）7 項目はパス図に含まれていない。

原形のパス図には、魅力組織：魅力ある組織づくりに、外的報酬：他社と比較した際に、昇進が速く高収入が得られる、自律環境：個人が自律的に仕事に取り組むことができる、内的報酬：仕事において働きがいや達成感、成長感が得られられることが影響を及ぼすという、両側因果分析から得た知見を反映している。また、内的報酬は外的報酬や自律環境と相互に相関関係にあると考え、仮説モデルとした。

JMP の分析→多変量→構造方程式モデルによる分析結果を図 9 に示した。図 9 の右側に示されているのがこのモデルの適合度指標である。適合度指標からこのモデルはまずまずであるといえる。

4.2 準 SEM：②復帰モデル

SEM に接近する次のステップとして、4.1 でパス図に含めなかった 4 項目：両側因果分析の過程において B 群の主要な原因項目とならなかった 4 項目（x10、x11、x12、x14）を復帰させるために B 群の因果構造を増築するモデルを検討した。最初にこれらの 4 項目を

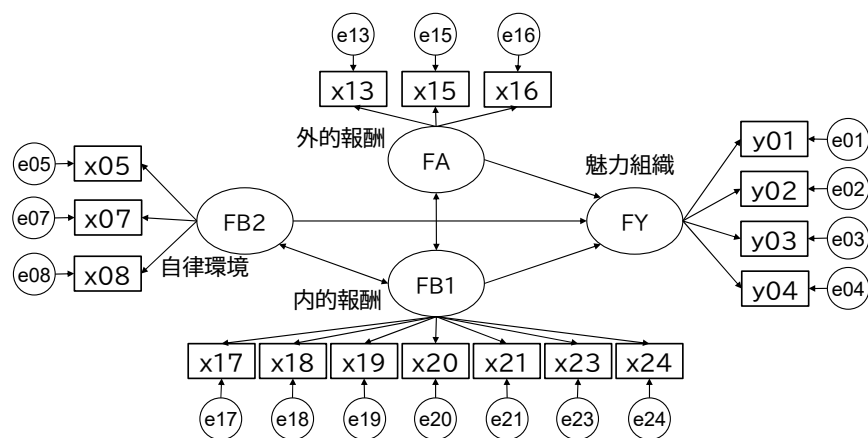
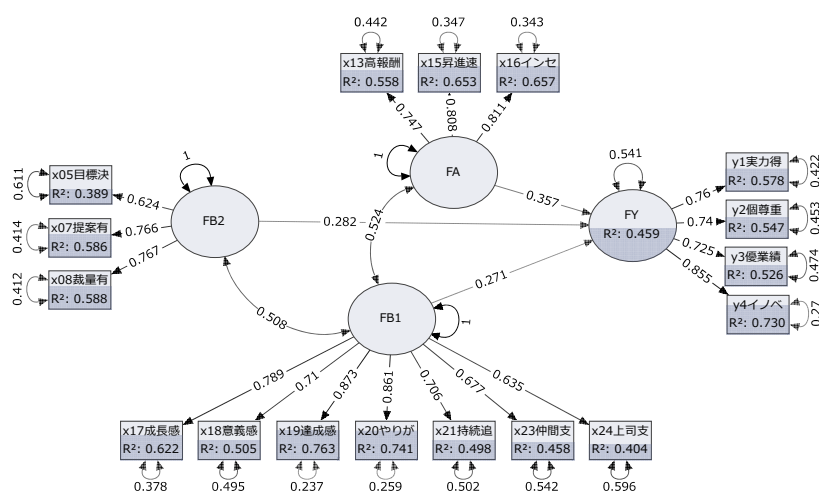


図 8 基本モデルのパス図



適合度指標	
名前	指標
(-2)*対数尤度	34516.927
AICc	34638.371
BIC	34886.368
カイ2乗	965.44974
自由度	114
p値(Prob>ChiSq)	6.98e-135
CFI	0.8899008
TLI	0.8686536
NFI	0.8773172
修正済みGFI	0.8796274
修正済みAGFI	0.820497
RMSEA	0.1009427
下側90%	0.0951173
上側90%	0.1068696
RMR	0.2144103
SRMR	0.1312531

図 9 JMP 構造方程式モデルによる基本モデルの分析結果

含めた B 群全体での探索的因子分析を行い、安心安定因子：安心・安定して働けることの潜在因子を抽出し、この因子をモデルに加えた復帰モデルを構築した (図 10)。因子分析の観点からすると SEM は確証的因子分析に当たるものである。この SEM を行う上ではパス図 (仮説モデル) が必要で、そのためのヒントを得るために B 群全体に関する探索的因子分析を行い、その結果にもとづきパス図を作成する。

準主要原因項目の復帰のパターンは、以下の 3 つが考えられる。a.すべて既存の (基本モデルの) 因子に入る、b.すべては既存の因子に入らず新たな因子を構成する、c.一部が既存の因子に入り他は新たな因子を構成する。今回のケースは b のパターンであった。

安心安定因子は、それが足りていないとマイナスになるが、魅力ある組織づくりに直接的に影響を及ぼす因子ではないと考え、内的報酬、外的報酬と相関関係にあると設定した。

JMP による復帰モデルの解析結果を図 11 に示す。

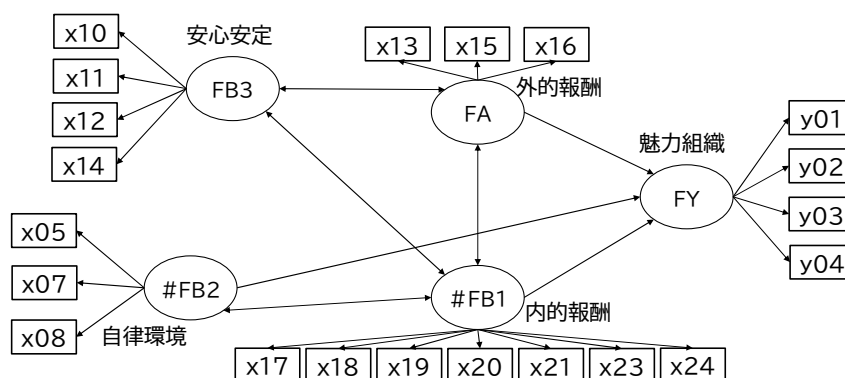


図 10 復帰モデルのパス図 (誤差は省略)

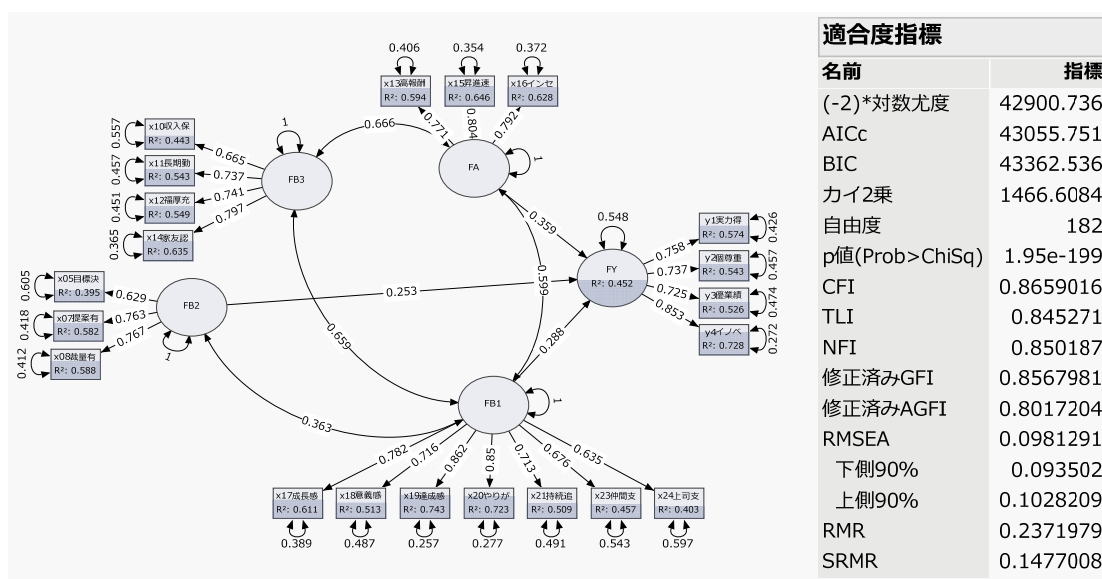


図 11 JMP 構造方程式モデルによる復帰モデルの分析結果

4.3 準 SEM : ③追加モデル

4.3.1 交差凍結共分散選択による非主要原因項目の所属の見定めの方法

さらに SEM への接近を試みる次のステップとして、選抜型両側因果分析結果 (図 7) で除外された 7 項目、すなわち両側因果分析の過程において Y 群に影響が小さく、分析から除外された非主要原因項目を追加させるモデルを検討した。非主要原因項目の追加を見極めるためには、交差凍結共分散選択^[10]を用いるとよい。

交差凍結共分散選択とは、二段階で群の凍結を交互に交代して行う共分散選択^[11]を活用して非主要原因項目の配属先を決定する方法である。共分散選択とは、偏相関係数行列において絶対値の小さいいくつかの要素を 0 においたシンプルな関連構造モデルを採用することである。

交差凍結共分散選択を行うと、以下の 2 つに分かれる。

[A] すでに把握されている因子 (既存因子) の然るべき因子に配属される。

[B] 配属先の無い局外項目となる。

JMP-Add-in の PCD (Partial Correlation Diagram) を用いた交差凍結共分散選択の手順を以下に示す。

- ① 最初に非主要原因項目 (既存因子との関係でみると結果系項目) を凍結 (Freeze) して GM (グラフィカルモデリング) を行う。
- ② 次に①で凍結した結果系項目を解冻 (Release) したうえで原因系 (因子) を凍結して GM を行う。
- ③ 最後に得られたグラフを見やすい構造に並べ替える。

本事例では復帰モデルの段階で 4 つの因子が存在している。非主要原因項目は FY (Y 因子) と線で結ばれていることはあり得ず、既存の 4 因子のどれかと関連するか、あるいは、独立 (局外) となる。これを共分散選択によって見極められる。

4.3.2 交差凍結共分散選択による非主要原因項目の所属の見定めの詳細

JMP-Add-in の PCD (Partial Correlation Diagram) をインストールすることで、メニューバーのアドインから、Partial Correlation Diagram が利用できるようになる。まず、Partial Correlation Diagram の Dialog を起動し、交差凍結共分散選択に用いる変数を Variables に設定する。本事例では、FA、FB1、FB2、FB3 の 4 因子と非主要原因項目である 7 項目を図 12 のように設定した。次に、Graphics Options の Circular をクリックし、GM の形を整え、見やすくし、分析に入る。

① 因子との関係でみると結果系となる変数 (非主要原因項目) を凍結 (Freeze) し、GM を実行する手順として、まず Delete or Add Lines 中の Freeze or Release window を開く。ここで非主要原因項目 7 項目を選び、Freeze ボタンをクリックする (図 13)。非主要

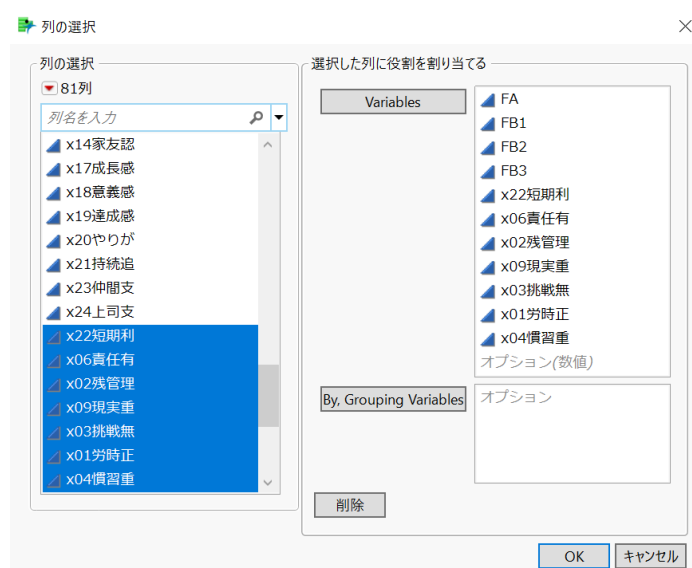


図 12 Partial Correlation Diagram に用いる Variables (変数) の設定

Freeze and Release Lines		
Col Name	Frozen Lines	
FA	<input type="button" value="Freeze"/> <input type="button" value="Release"/>	
FB1		
FB2		
FB3		
x22短期利		
x06責任有		
x02残管理		
x09現実重	x22短期利 - x06責任有 x22短期利 - x02残管理 x22短期利 - x09現実重 x22短期利 - x03挑戦無 x22短期利 - x01労時正 x22短期利 - x04慣習重 x06責任有 - x02残管理 x06責任有 - x09現実重 x06責任有 - x03挑戦無 x06責任有 - x01労時正 x06責任有 - x04慣習重 x02残管理 - x09現実重 x02残管理 - x03挑戦無 x02残管理 - x01労時正 x02残管理 - x04慣習重 x09現実重 - x03挑戦無 x09現実重 - x01労時正 x09現実重 - x04慣習重 x03挑戦無 - x01労時正 x03挑戦無 - x04慣習重 x01労時正 - x04慣習重	
x03挑戦無		
x01労時正		
x04慣習重		
<input type="button" value="Release"/>		

図 13 Freeze or Release window での非主要原因項目 7 項目の Freeze 設定

Freeze and Release Lines	
Col Name	Frozen Lines
FB1	<input type="button" value="Freeze"/> <input type="button" value="Release"/>
FB3	
FB2	
FA	
x22短期利	FB1 - FB3 FB1 - FB2 FB1 - FA FB3 - FB2 FB3 - FA FB2 - FA <input type="button" value="Release"/>
x06責任有	
x02残管理	
x09現実重	
x03挑戦無	
x01労時正	
x04慣習重	

図 14 Freeze or Release window での潜在因子 4 項目の Freeze 設定

原因項目 7 項目を凍結したら、Delete or Add Lines の Stepwise の Criterion を Abs PCorr とし、Abs PCorr をデフォルトの 2.0 から 0.35 に切り替えて Go ボタンをクリックする。

②次に、①で凍結した結果系項目を解凍 (Release) し、原因系 (因子) を凍結し GM を実行する (図 14)。③その結果を図 15 に示した。この図から、FB2 と x06 の因果関係が確認でき、非主要原因項目のうち x06 はモデルに追加できると判断した。この結果を参考として作成した追加モデルを図 16、その分析結果を図 17 に示した。図 16 でも確認できるように 6 項目は局外項目のままとなった。

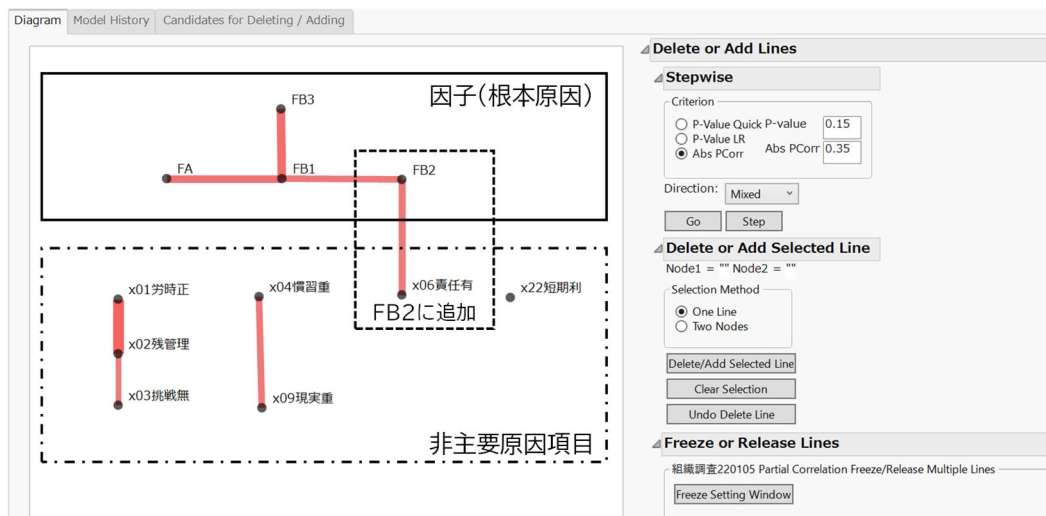


図 15 交差凍結共分散選択の結果

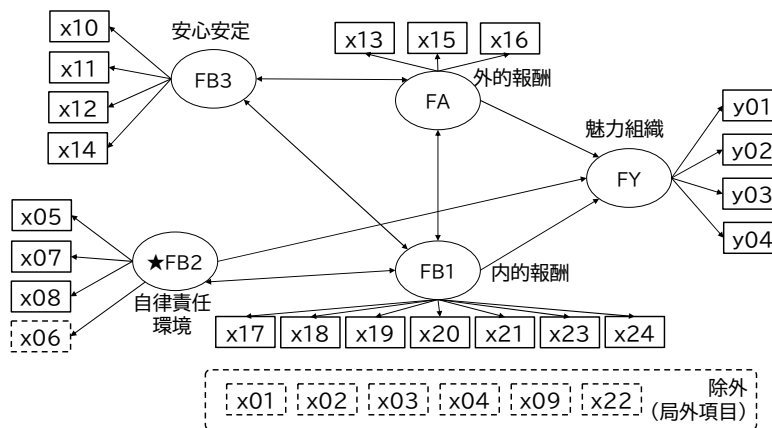


図 16 追加モデルのパス図 (誤差は省略)

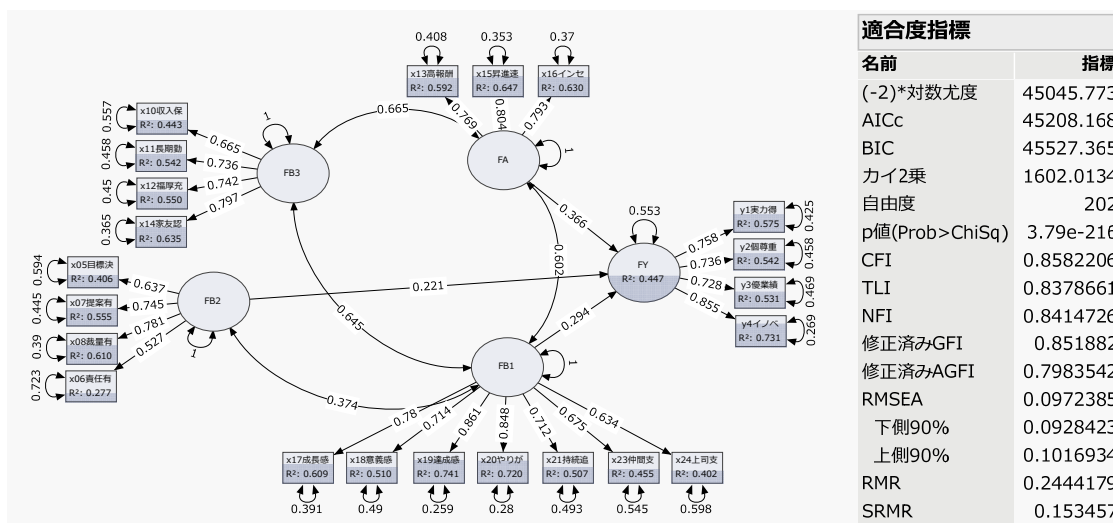


図 17 JMP 構造方程式モデルによる追加モデルの分析結果

5. 考察

適合度指標の AGFI は GFI に自由度による補正を加えた指標であり、1.0 に近いほど良いとされる。CFI は観測変数間に相関がないという独立モデルに比べ当該モデルがどの程度良いものかを示し、1.0 に近いほど良いとされる。RMSEA はモデルがデータとどの程度乖離しているかを示し、0.05 より小さければあてはまりが良く、0.1 以上であればあてはまりが悪いとされる^[12]。基本モデル、復帰モデル、追加モデルの適合度指標を比較した結果、項目を追加した際にみられる適合度指標の全体的な劣化はわずかであったため、より広い情報が得られる「追加モデル」で考察を行った。

図 17 に示された数値は、標準化された推定値である。魅力ある組織づくりに、外的報酬、自律責任環境、内的報酬は、いずれも 0.1%水準で有意に影響しており、どれもバランスよく欠かすことができない要素といえる。外的報酬や内的報酬には、安心安定因子：長期的に安心して働けること、家族や友人に認めてもらえること等が影響していることが明らかになった。しかし、安心安定因子は直接的に魅力ある組織づくりに影響しない因子であった。

また、このモデルに含まれなかった局外項目は、規則正しい労働時間管理、挑戦しない環境等の項目であり、これらは高業績で働きがいと得られるという本事例において設定した魅力ある組織づくりには無関係であることが確認された。これらの項目は長期的に規則正しく、マニュアル化された仕事をこなし、安定して働くことができることが組織の魅力であった時代であればモデルに含まれた可能性がある。しかし、昨今の変化や競争が激しく、イノベーション創出が重視される労働環境においては局外項目となったと考えられる。

6. おわりに

本発表では、重点指向 (Vital few trivial many) にもとづく選抜型両側因果分析の結果から出発し、発展的に SEM の仮説モデルに近づくための方法論をオンライン調査事例を用いて紹介した。仮説モデルを段階的に拡張していくこの方法論では、JMP Pro の分析ツール (JMP アドイン Partial Correlation Diagram) を活用することで、効率的に SEM の仮説モデル構築に向けて接近でき、かつ、複数モデルの適合度指標も容易に比較可能となった。

質問項目数の多い全国就労者調査の事例に選抜型両側因果分析と準 SEM の 3 つのモデル：基本モデル・復帰モデル・追加モデルを適用し、これらの方法論の比較を行ったその結果、魅力ある組織づくりに、外的報酬、自律責任環境、内的報酬の 3 因子がバランスよく影響し、この外的報酬や内的報酬には従業員が安心安定して働くことのできる環境が関係していることが明らかになった。また調査した項目の中には、これらの因果構造に含まれない局外項目があることも確認できた。

本研究では、本来の SEM の仮説モデルの構築やその検証は行っていない。準 SEM のアプローチや JMP の構造方程式モデルの分析機能が持つ修正指標を参考として、本 SEM のモデルを構築し、検証を行うことが今後の課題である。

引用文献

- [1] 康永秀生, 井出博生, 今村知明, & 大江和彦 (2006). インターネット・アンケートを利用した医学研究 本邦における現状. 日本公衆衛生雑誌, 53(1), 40-50.
- [2] 川崎昌, & 高橋武則 (2019). オンラインによる調査と実験. 目白大学経営学研究, (17), 35-47.
- [3] 高橋武則 (2021). 因果分析における局地図としての選抜型両側因果分析による構造模型図. 日本品質管理学会第 125 回研究発表会抄録集, 143-146.
- [4] 高橋武則 (2021). 満足度調査の因果分析における触媒としての主成分と影の主役としての因子. 日本品質管理学会第 126 回研究発表会抄録集, 41-44.
- [5] 川崎昌, & 高橋武則 (2017). インターネット調査における多群質問項目の解析と提案. 情報システム学会誌, Vol.12 No.2, 1-16.
- [6] 川崎昌, & 高橋武則 (2021). 就労者調査における両側因果分析の適用. 日本品質管理学会第 125 回研究発表会抄録集, 147-150.
- [7] Kawasaki, S., Takahashi, T., Suzuki, K. (2014). The effect of autonomous career actions on self-career formation from the Viewpoint of Quality Management. *Proc. of International Conference on Quality '14 Tokyo*, 152-163.
- [8] 高橋武則, & 川崎昌. (2019). アンケートによる調査と仮想実験 - 顧客満足度の把握と向上 -, 日科技連出版社
- [9] 高橋武則 (2021). 満足度調査の因果分析における触媒としての主成分と影の主役としての因子. 日本品質管理学会第 126 回研究発表会抄録集, 41-44.
- [10] 高橋武則 (2021). 選抜型両側因果分析から反転因果分析への進展. *Discovery Summit Japan 2021, Session ID: 2021-JA-50MP-21*, 1-20.
- [11] 宮川雅巳 (1997). *グラフィカルモデリング*, 朝倉書店
- [12] Kline, R. B. (2015). *Principles and practice of structural equation modeling*. Guilford publications.

初診患者満足度の因果構造を俯瞰的に把握する解析
～脳神経クリニックにおける適用事例～

佐村 紫帆¹ 山内 慶太²

Shiho SAMURA Keita YAMAUCHI

【要旨】

本研究は、対象の脳神経クリニックにて医療の質を確保する目的で実施したアンケートから、初診患者満足度を俯瞰的に把握するために分析したものである。本研究の第 1 ステージ、初診患者満足度を効果的かつ効率的な維持・改善施策を立案する際に、重点指向に基づく選抜型両側因果分析が応用可能であることを明らかにした。第 2 ステージでは、患者満足度を俯瞰的に把握するため、これまでに収集したデータを用いて選抜型両側因果分析では採用されなかった影響度の弱い原因系項目も復元させ、構造方程式モデリング (Structural Equation Modeling; SEM) に準じた分析 (以後、準 SEM) を行った。その結果、選抜型両側因果分析で選抜された主要原因系項目とその背後にある因子は、準 SEM でもある程度の適合度が得られることが確認できた。一方で、影響度が低い原因系項目とその因子を加えることによって、適合度指標には相対的に劣化がみられた。しかし、周辺情報を得ることができ、その後本来の SEM を行うための準備ができるので準 SEM のアプローチは有用である。

今後の課題は以下の 2 点である。1 点は、対象のクリニックの初診患者満足度構造をさらに俯瞰的に把握するため、本研究の結果を用いて本来の SEM に近づける過程において、新たに患者満足度調査を実施することである。もう 1 点は、得られた知見を他院でも応用すべく複数の医療機関での実践例を積み重ねクリニックにおける初診患者満足度のモデルを一般化することである。

【キーワード】クリニック、患者満足度調査、主成分分析、因子分析、選抜型両側因果分析、準 SEM (準構造方程式モデリング)、交差凍結共分散選択

1. はじめに

かつて、医療機関では、医療の評価は患者ではなく医療提供者のみで行うことで十分であるという論調があったため、患者側からの医療の評価を阻んでいた^{[1]~[4]}。その後、患者満足度調査は、患者の治療コンプライアンスの確保や医療訴訟の抑制に役立つという報告が多くされ^{[5]~[9]}、病院管理において質の確保やリスク管理という観点からも重要であると考え

¹ 佐村 紫帆 (Shiho SAMURA) 慶應義塾大学 E-mail: hoshi.hoshi.luck@keio.jp

² 山内 慶太 (Keita YAMAUCHI) 慶應義塾大学

られるようになった。近年は、患者満足度調査は患者中心の医療の実現のためにも重要とさ

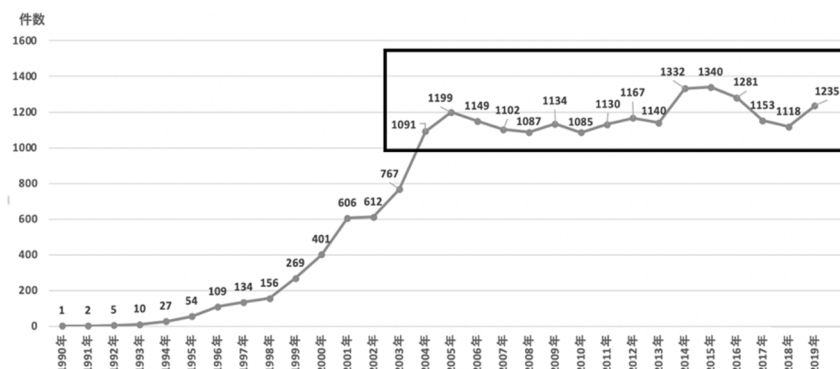


図1 「患者満足度」をキーワードに有する論文数の年次別推移（2020年9月1日閲覧）

れている。図1は「医学中央誌」を用いて、「患者満足度」をキーワードに有する1990年以降の論文を検索し、年次別の推移を示したものである。論文数は1998年まで200件未満であったが、その後急激に増加し、2004年には1,000件を突破した。2004年から現在に至るまで、1,000件から1,400件の論文数を維持している。この図は医療の質の評価の一つである患者満足度が注目されていることを表している。

これまでの患者満足度研究には、満足度の構造を明らかにする研究^{[10]~[14]}がある。例えば岡田ら^[10]は、外傷を伴う高度急性期医療提供病院の米国患者満足度調査で、HCAHPS調査項目を基に距離を使う解析により患者満足度の構造のモデル化に必要な解析を試みている。他にも、患者満足度の評価に関する研究^{[3]~[6]}がある。例えば倉田ら^[4]は、病院の医療機能評価のアウトカムとして患者満足感があり、評価の取り組みとして指標研究が必要であることや外部者による評価とコントロールが本質であるとしている。

個別の医療機関の患者満足度調査においては、アンケート結果の単純集計や簡単なクロス集計に終始していることが多かった。また、対象の医療機関も大学病院や特定機能病院がほとんどであった。特にクリニックに関しては、新規顧客である初診患者の獲得が経営の観点で重要である。それらのことから、患者満足度調査を単純集計や簡単にクロス集計に終始することなく、結果の要因分析とさらなる患者満足度向上のための施策に落とし込むことが必要であると言える。また、質問項目が多くなると質問間に高い相関が生じるため、これに対応ができるアプローチが必要である。

以上のような背景から患者満足度研究は注目され続けているものの、課題があるためより対象を広げより深く分析する必要がある。そこで本研究は、患者満足度を維持・向上するために対象のクリニックの特徴を踏まえた質問項目を設定した上で、重点指向に基づく選抜型両側因果分析^{[15]~[19]}を行い、その分析結果を踏まえて短期的な患者満足度の維持・改善施策立案を行うことを目的とする。また、短期的な施策立案のための分析を発展させた準SEM^{[15]~[19]}により、患者満足度を俯瞰的に把握することで長期的な患者満足度の維

持・改善施策を立案することを目的とする。

2. 方法

2.1 調査対象者・調査機関

本研究は、調査対象者を S クリニックに来院した初心患者 288 名を対象に調査をした。初診患者に絞った理由は、初診の受け入れが経営において重要であると考えたためである。また本研究の調査期間は、2020 年 1 月 6 日から 2020 年 3 月 18 日までである。

2.2 倫理的配慮および利益相反

患者満足度調査に当たっては、配布した質問紙にアンケートの趣旨に加えて回答は任意であり回答しなくても不利益は無いことを記載すると共に受け付けスタッフが説明し、提出をもって同意が得られたものとした。本研究に関連して開示すべき利益相反関係はない。

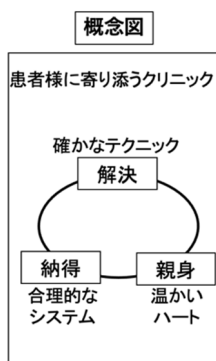
2.3 分析の流れ

分析は目的別に 2 ステージに別れている。第 1 ステージ(両側因果分析)は、短期的な目線ですぐに初診患者満足度の改善が必要な項目を炙り出す目的であり、第 2 ステージ(準 SEM)は、長期的な目線で初診患者満足度の構造を俯瞰的に把握し維持・改善の施策を立案する目的である。最終的に、患者満足度の維持・改善施策を立案することでデータに基づく病院管理に活かす。分析は、解析模型図の設計から JMP による分析の方法論を使用している^{[17]~[19]}。

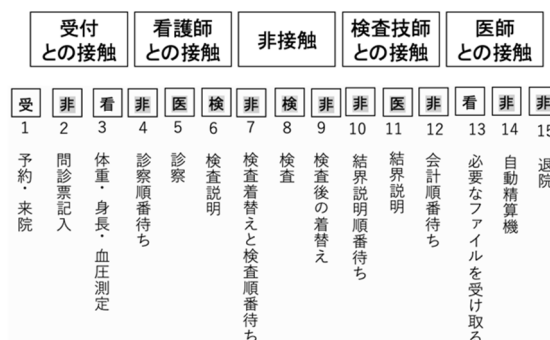
2.4 短期的な施策のための分析「選抜型両側因果分析」

① 概念図と行動フロー

質問項目の設定にあたりクリニックの概念図を作成し図 2(1)に示した。概念図では、クリニックが患者に与える価値を「解決」「納得」「親身」の 3 つにまとめた。これらを総合満足度の質問の中に組み込み、再利用度と推奨度を追加した 5 項目とした。また、初診患者がクリニック内でどのように過ごすのか把握するために、初診患者の行動フローを作成し、それに対応するクリニック側の対応をまとめた図 2(2)から、漏れのない質問項目を作成する。



(1)概念図



(2)患者行動フロー

図2 Sクリニックの概念図と患者行動フロー

表1 アンケート結果とその分布

項目	記号	略記号	質問項目	7段階評価							全体	
				1	2	3	4	5	6	7		
原因系項目	受付	X01	受1印	来院時、クリニックの第一印象は良かった	0%	0%	0%	1%	4%	29%	66%	100%
		X02	受2接	受付スタッフの接客は親切だった	0%	0%	0%	0%	3%	24%	72%	100%
	待機	X03	待1長	待ち時間の長さは負担ではなかった	1%	1%	7%	13%	14%	26%	37%	100%
		X04	待2居	待機場所の居心地は良かった	0%	0%	0%	1%	10%	25%	64%	100%
		X05	待3座	待機場所の座席数には余裕があった	0%	0%	1%	3%	3%	20%	73%	100%
	問診	X06	問1記	AI問診票への記入は大変だった	11%	10%	7%	12%	12%	14%	33%	100%
		X07	問2測	体重測定や血圧測定などは自分でできる	4%	0%	1%	4%	5%	20%	66%	100%
	診療	X08	診1親	医師の人柄は親切で思いやりがあった	0%	0%	0%	2%	2%	18%	78%	100%
		X09	診2伝	医師に伝えたい症状をうまく伝えることができた	0%	1%	1%	4%	10%	30%	54%	100%
		X10	検1納	必要だと納得して検査を受けた	0%	0%	0%	2%	2%	23%	73%	100%
	検査	X11	検2親	検査スタッフは親切だった	0%	0%	0%	0%	2%	19%	78%	100%
		X12	検3説	検査の際の説明はわかりやすかった	0%	0%	0%	1%	3%	21%	75%	100%
		X13	検4舌	検査は思ったより苦痛だった	7%	7%	8%	11%	12%	19%	36%	100%
		X14	検5着	検査着の着心地は良かった	1%	0%	2%	16%	11%	29%	41%	100%
	結果説明	X15	結1説	医師は検査後の結果を丁寧に説明してくれた	0%	0%	0%	1%	1%	16%	82%	100%
		X16	結2理	医師の説明により検査結果を理解できた	0%	0%	0%	0%	2%	16%	82%	100%
結果系項目	総合満足度	Y01	満1親	スタッフの対応は親切で思いやりが感じられた	0%	0%	0%	0%	2%	20%	77%	100%
		Y02	満2納	診療の内容や結果説明に納得できた	0%	0%	0%	1%	2%	22%	75%	100%
		Y03	満3理	お身体に関するお困りごとは解決できた	0%	1%	1%	7%	10%	22%	60%	100%
		Y04	満4再	何かあればまたクリニックに来たい	0%	0%	0%	2%	2%	21%	75%	100%
		Y05	満5推	他の人にも当クリニックをおすすめしたい	0%	0%	0%	2%	2%	19%	77%	100%

② 質問項目の設定

【受付】2項目、【待機】3項目、【問診】2項目、【診療】2項目、【検査】5項目、【結果説明】2項目、【満足度】5項目からなる。すべてのアンケート結果の分布を示す(表1)。

③ 原因系項目選抜

調査の準備として、各質問項目が総合満足度にどの程度影響を与えているのかを解析模型図を使用して事前の予想を行う(図3)。これらの群構成はあくまでも予想であるため、A'群を「スタッフとの接触・院内での待機」、B'群を「医療スタッフとの接触」とした。クリニックでは、医師をはじめとする医療職は問診や検査で専門的な質問や対応をするため、患者は受付のスタッフやクリニック内の待機室の環境とは異なる捉え方をすると考えた。なお、これより先の図中で使用する記号の説明は図4に示している。

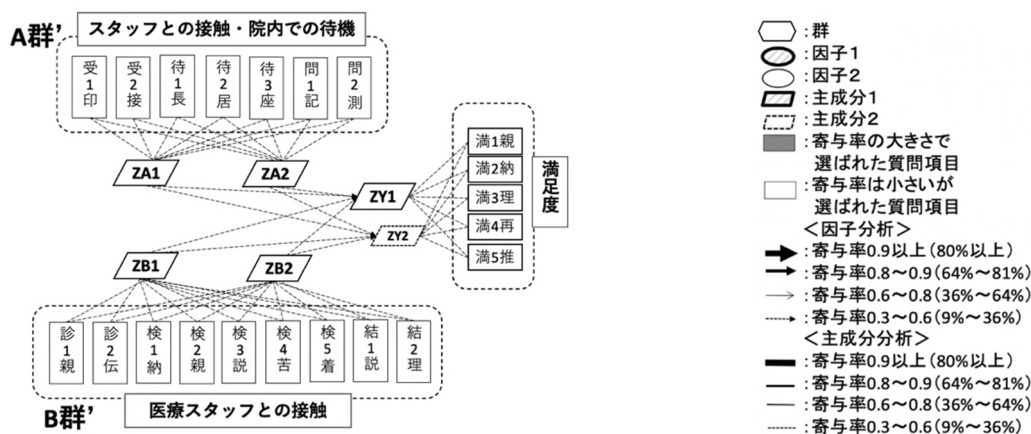


図3 解析模型図（事前の概念的群構成）

図4 記号一覧

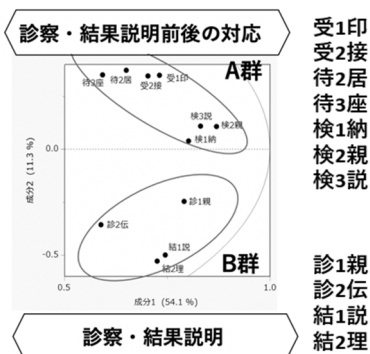


図5 主成分分析による2群

④ 群構成<選抜と群構成=選抜型多群主成分回帰分析^[17]>

選ばれた質問項目を主成分分析により2群に分かれることを確認した(図5)。群は明らかに2群に分かれており、主成分は第1主成分で54.1%、第2主成分で11.3%説明できている。このことにより、2群をそれぞれA群とB群とした。事前の予測として図3では、A群を「スタッフとの接触・院内での待機」とB群を「医療スタッフとの接触」で群を構成すると予測したが、実際の2群をみるとA群は「診察・結果説明前後の対応」、B群は「診察・結果説明」である。

事後の改定に基づく解析模型図(図6)より相関分析と主成分分析の結果、事前の予想とは異なる群構成となった。事前の概念的群構成では、医療職に関する質問項目であるかどうかで群が構成されると考えたが、実際には、医療職の中でも医師に関する項目であるかどうかによる群構成となった。選抜された原因項目は各々の群内では相関が強いのでこれらの主成分を用いることで相関の問題を回避する。各々の主成分を読み解いた結果は、両群の主成分の名前は以下である。

- ZA1: 非 Dr 総合評価 ZA2: ハード/ソフト
- ZB1: Dr 総合評価 ZB2: 意思疎通の主体(医師/患者)

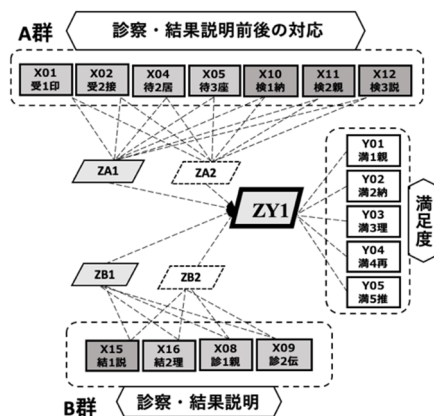
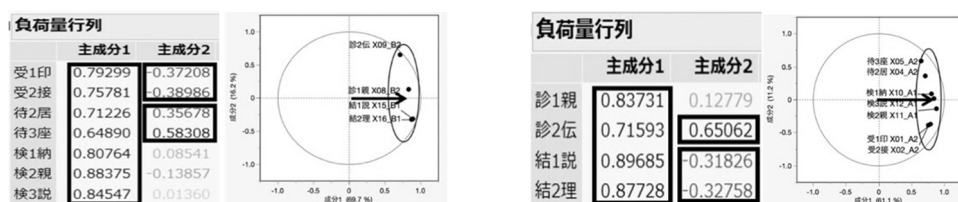


図 6 主成分分析に基づく構造模型図 (事実に基づく実態的群構成)



(1) A 群の主成分負荷量 (2) B 群の主成分負荷量

図 7 主成分負荷量と負荷量プロット

パラメータ推定値						
項	推定値	標準誤差	t値	p値(Prob> t)	標準β	VIF
切片	-5.76e-15	0.055704	-0.00	1.0000	0	.
ZA1	0.3957112	0.035934	11.01	<.0001*	0.431276	1.774716
ZB1	0.5918435	0.044523	13.29	<.0001*	0.520592	1.774716

図 8 パラメーター推定値

まず、A 群と B 群をそれぞれ主成分分析する(図 7)ことによって、質問項目を要約できるか検討する。図 8 のパラメーター推定値を見ると、A 群の第 1 主成分と B 群の第 1 主成分で説明ができていますので、特にこの 2 つに着目することが重要である。しかし、項目はすべて密集おり、重要なものが何かわからない状況となっているため因子分析を行う。

⑤ 因子の抽出

主成分分析において、質問項目の密集が見られた場合には対策を打つには資源の集中投入ができない。そのため、因子分析を用いて背後にある因子(根本原因)を炙り出す必要がある。因子分析後の構造模型図を図 9 に示す。ここで、因子分析は、主成分分析と表裏の関係にあるといえる [15]~[16]。すなわち、主成分分析が表側の分析であるのに対し、因子分析は裏側の分析である。このために、実体のない主成分には手を打つことができないが、実体のある因子には手を打つことができる。因子の検討は、IV.考察の<因子の読み解き>で行う。

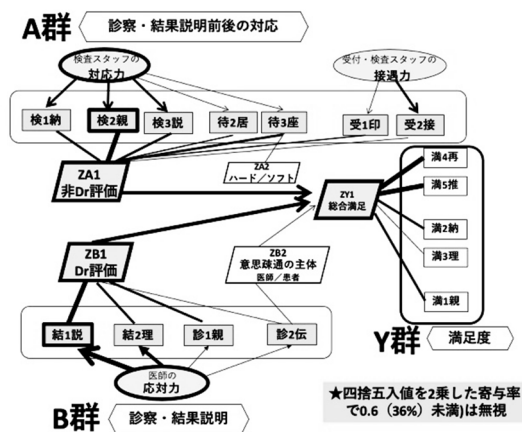


図9 因子分析後の構造模型図

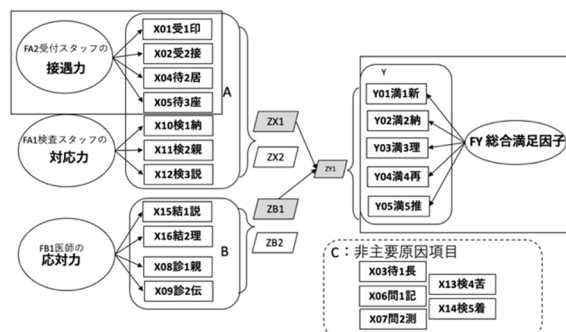


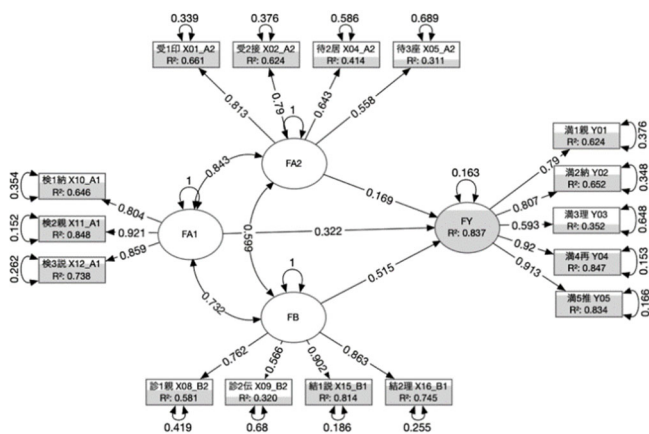
図10 因子の抽出を行った選抜型両側因果分析のモデル

2.5 長期的な施策のための分析「準SEM」

準SEMの分析の目的は、初診患者満足度の構造を俯瞰的に把握し、長期的な目線で患者満足度の維持・改善施策を立案することである。ここで、B群では、1因子の場合の因子負荷量を2因子の場合の負荷量と比べてみると本質的にかなり似ている。したがって、後ほどの準SEMではB群は1因子の構成とする。また、選抜型両側因果分析として選抜から外れた項目は非主要原因項目であり、因子を抽出することなく除外としておく(図10)。

① 基本モデルの作成：主要原因項目のみでモデルを作成する

抽出した因子同士の関連を検討し作成したモデルを基本モデルとする。FA1「対応力」とFA2「接遇力」は、選抜型両側因果分析で結果系満足度のY群に最も影響の強いものとされているため、FY1「総合満足因子」と因果関係の矢印を引いた(図11(1))。また、FA2「接遇力」についても、選抜型両側因果分析でA群の中に所属しており、非主要原因項目と比較するとFY「総合満足因子」に影響があるとして因果関係の矢印を引いている。さらに、原因系の因子同士は全て相関関係があるとして双方向矢印を引いている。基本モデルの適合度指標は図11(2)に示す。



△ 適合度指標	
名前	指標
(-2)*対数尤度	5624.6128
AICc	5758.1064
BIC	5930.4127
カイ2乗	424.72098
自由度	98
p値(Prob>ChiSq)	3.084e-42
CFI	0.9070399
TLI	0.8861713
NFI	0.8831462
修正済みGFI	0.8754267
修正済みAGFI	0.8067843
RMSEA	0.1075918
下側90%	0.097207
上側90%	0.1181972
RMR	0.028516
SRMR	0.0606416

(1) 構造方程式モデリング

(2) 基本モデルの適合度指標

図 11 基本モデルの構造方程式モデリングと適合度指標

② 復帰モデルの作成：準主要原因項目を復帰させてモデルを作成する

復帰モデルは、準主要原因項目を復帰させることで作成するモデルのことである。今回の選抜型両側因果分析では、準主要原因項目は存在しないため非該当である。

③ 追加モデルの作成：非主要原因項目を追加してモデルを作成する(図 14(1))

非主要原因項と既存の因子の因子得点を用いて交差凍結共分散選択^[20]を行う。この結果既存因子と直接結びついたものをその因子の観測変数として追加する。交差凍結共分散選択は JMP アドインの PCD (Partial Correlation Diagram) を用いて行うことができる。

<交差凍結共分散選択の手順>

- 1) 最初に結果系（非主要原因項目(図 12)）を凍結（Freeze）して GM を行う
- 2) 次に結果系を解冻（Release）したうえで原因系（因子）凍結して GM を行う
- 3) 最後に得られたグラフを見易い構造に並べ替える

線の切断基準は、偏相関係数の絶対値を用いデフォルトの Abs PCorr : 0.2 を採用した解析結果を図 13 に示す。FA1 への配属が決まった因子は X03 であった。一方、非主要原因項目の中でも、特に関連のない項目(局外項目)であるのは、X06, X07, X13, X14 で、配属先がない。局外項目とは、結果にも原因の因子にも関連のない項目である。以上で得られた情報をもとに追加モデルを作成した。その分析結果を図 14(1)と(2)に示す。

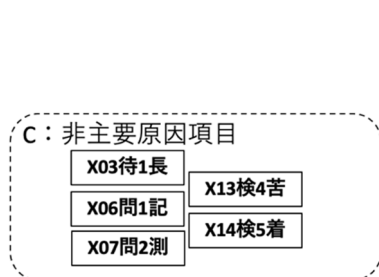


図 12 非主要原因項目

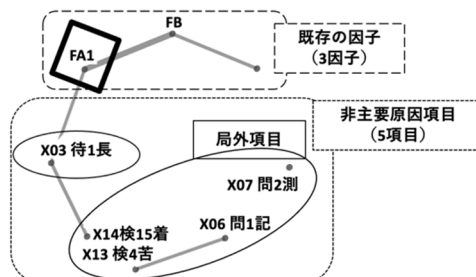
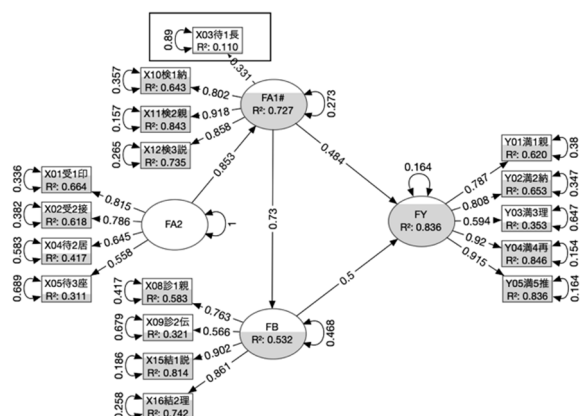


図 13 Partial Correlation Diagram の解析結果



(1) 構造方程式モデリング

適合度指標	
名前	指標
(-2)*対数尤度	6606.6468
AICc	6743.1985
BIC	6918.1096
カイ2乗	492.07474
自由度	115
p値(Prob>ChiSq)	4.194e-48
CFI	0.8950414
TLI	0.875875
NFI	0.8680271
修正済みGFI	0.8661229
修正済みAGFI	0.8020948
RMSEA	0.106701
下側90%	0.0970954
上側90%	0.1164944
RMR	0.0371439
SRMR	0.0627083

(2) 追加モデルの適合度指標

図 14 追加モデルの構造方程式モデリングと適合度指標



図 15 基本モデル/復帰モデル/追加モデルの適合度指標の比較

④ 適合度指標の確認：各モデルの適合度指標を比較する

主要原因項目のみで作成する基本モデルと、準主要原因項目を復帰させて作成する復帰モデル、さらには非主要原因項目を追加させて作成する追加モデルの適合度指標を比較する。今回の場合、選抜型両側因果分析で準主要原因項目が無い場合非該当である。そのため、基本モデルと追加モデルの適合度指標を比較する(図 15)。追加モデルは基本モデルと比較して CFI や GFI/AGFI、RMSEA など適合度指標は多少劣化している。しかし、追加モデルは基本モデルよりも情報量が多くなっているため、追加モデルを採用する。

3. 結果

3.1 短期的な施策のための分析「選抜型両側因果分析」の結果

分析から、最も総合満足度に影響している項目を選抜する重点指向により、A 群の主成分 1 と B 群の主成分 1 が重要であると明らかになった。因子分析では、初診患者満足度に重要とされる因子が 2 つ炙り出された。因子の命名は IV。考察の「因子の読み解き」で説明する。結果、短期的に施策を立案すべき重要な因子は FA1「検査スタッフの対応力」(決められたとおりに処理できる能力) と FB1「医師の対応力」(臨機応変に処置できる能力) であった。

3.2 長期的な施策のための分析「準 SEM」の結果

準 SEM 共分散構造分析の追加モデルを検討した結果、選抜型両側因果分析よりも初診患者満足度に重要な項目・因子としてより幅広い知見を得ることができた。FA1「検査スタッフの対応力」(決められたとおりに処理できる能力) と FB1「医師の対応力」(臨機応変に処置できる能力) は、結果系満足度 FY に直接的な影響があるが、FA2「スタッフの接遇力」

は FA1 や FB1 を介して間接的な影響がある。

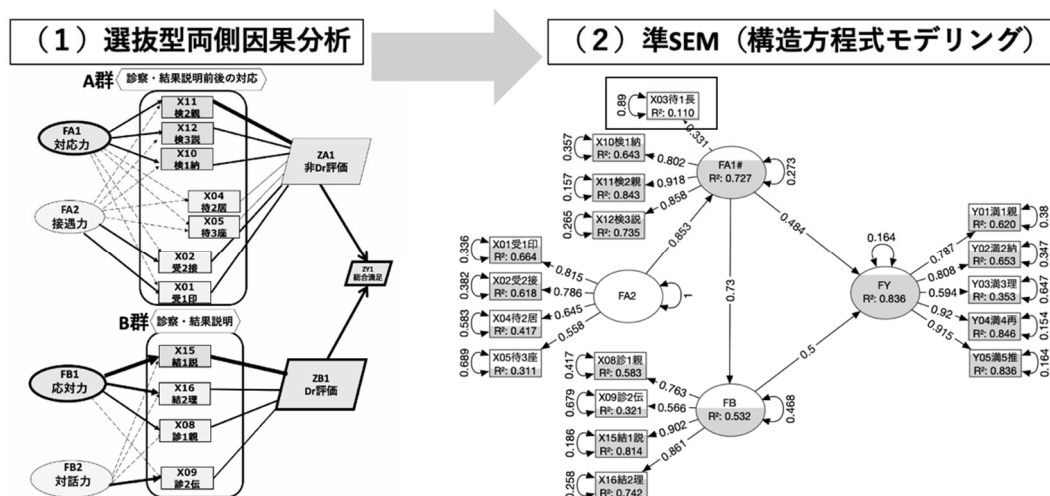


図 16 選抜型両側因果分析と準 SEM 共分散構造分析の結果の違い

3.3 「選抜型両側因果分析」と「準 SEM」の結果の比較

第一に、「選抜型両側因果分析」と「準 SEM」は分析を行う目的が異なっている。「選抜型両側因果分析」は、短期的な目線ですぐに初診患者満足度の改善が必要な項目を炙り出す目的で行う分析である。一方「準 SEM」は、長期的な目線で初診患者満足度の構造を俯瞰的に把握し維持・改善の施策を立案する目的で行う分析である。このように目的が異なることによって、結果も異なっている。「選抜型両側因果分析」の結果は、初診患者満足度に影響力が強いとされる因子が2つ炙り出され、その因子は医師関連と検査関連であった。一方、「準 SEM」の結果は、より俯瞰的な患者満足度構造を把握することができ、医師や検査に関する項目の他に受付スタッフの接遇や患者の待ち時間の長さに関する項目も重要と明らかになった。図 16 では、「選抜型両側因果分析」と「準 SEM」の結果の違いを表している。

4. 考察

4.1 短期的な施策のための分析「選抜型両側因果分析」の考察

Ⅲで示した最も重要である対策を講じるべき因子を読み解き、そのうえで具体的な対策を考察する必要がある。読み解いた因子を図に示したのが、図 17 である。

<因子の読み解き>

主要原因項目が密集したために因子分析で因子を抽出しそれらを読み解く。主成分は相関の強い多数の項目の要約（数学的には線形結合）なので実体がないために手を打つことができない。これは項目間の相関の問題を回避する手段として利用するものであり、かつ意味づけをすることで理解を高めることができるものである。これに対して因子は潜在的な存在ではあるが実体のあるものなので直接手を打つ対象となるため、読み解きを慎重に行うことが必要である。因子分析により、図 18(1)と(2)のような結果となった。A 群の因

子1は検査に関する項目（検1納、検2親、検3説、待2居、待3座）が選ばれている。

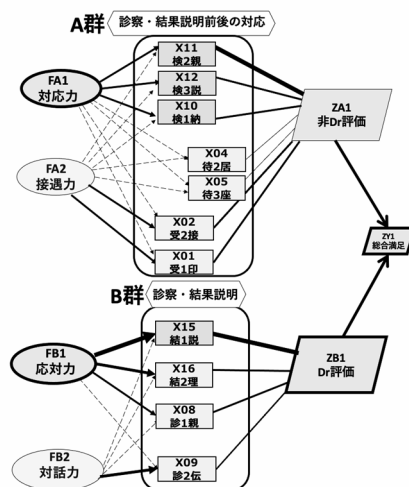


図 17 対策をとるべき項目の選抜

検査スタッフは、患者に親切に不満のないよう説明した上で検査を実施する。よって、FA1を検査スタッフの「対応力」（決められた通りに処理できる能力）とした。一方、FA2は受付に関する項目（受1印、受2接）が選ばれた。待ち時間は、苦痛を与えるものではなく、居心地の良いものとするのが求められる。よって、FA2を待機場所の待機場所の「居心地力」（居心地の良い待機場所を演出・準備できる能力）とした。また、図18から、FB1は医師に関する項目（結1説、結2理、診1親、診2伝）が選ばれた。医師は、診察や結果説明の際に患者の理解に合わせた臨機応変な対応が求められる。そのため、FB1を医師の「応対力」（臨機応変に処置できる能力）とした。

- * FA1：検査スタッフの「対応力」（決められたとおりに処理できる能力）
- * FA2：受付スタッフの「接遇力」（検査や診察以外で患者の居心地を良くする能力）
- * FB1：医師の「応対力」（臨機応変に処置できる能力）

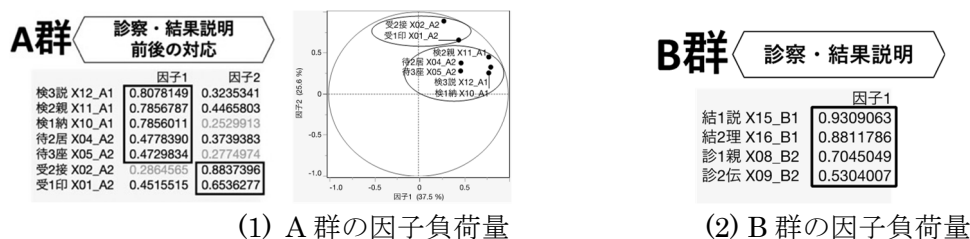


図 18 因子負荷量図と負荷量プロット

X03待1長	待ち時間の長さは負担ではなかった	非主要原因項目
X06問1記	AI問診票の記入は大変だった	局外項目
X07問2測	体重測定や血圧測定は自分で行える	
X13検4苦	検査は思ったより苦痛だった	
X14検5着	検査着の着心地は良かった	

図 19 非主要原因項目と局外項目

4.2 長期的な施策のための分析「準 SEM」の考察

ここでは、局外項目と認定された非主要原因項目がなぜ局外項目となったのかを考察する。図 19 には、非主要原因項目の中で唯一追加モデルに追加された X03「待 1 長」と局外項目となった X06「問 1 記」、X07「問 2 測」、X13「検 4 苦」、X14「検 5 着」を示している。ここから、局外項目と認定された項目は、選抜された項目と比較して特徴の異なる項目であることがわかる。特に、X06「問 1 記」は AI 問診票の記入が大変かどうかを聞いている項目であり、医師の診察や検査には直接的・間接的な関連がないと言える。そのため、特徴の異なる項目が局外項目となったと考察した。

5. 提案

5.1 短期的な施策の提案

2つの重要な因子への短期的な対策として、SDCA (Standardize-Do-Check-Act) サイクルに基づく現状維持と教育訓練による将来勤務する新スタッフのレベル確保の施策を立案した。①現状維持のために、本患者満足度調査の結果をオンラインフィードバック行っただうえで、今後も理念やビジョンの教育、院内での行動規範の確認を行う施策を立案した。また、②レベルアップ・標準化対策としては、スタッフと患者の対話のチェックリストの活用や接客の動画マニュアルの作成、模擬患者による訓練に加え、定期的にミーティングで確認する施策を立案した。①現状維持対策と②レベルアップ・標準化対策に加えて、点検項目と管理項目を検討した。点検項目とは原因系に対して管理する項目であり、管理項目とは結果系に対して管理する項目のことである(図 20)。FA1「検査スタッフの対応力」(決められたとおりに処理できる能力)の点検項目としては、医師が患者への対応を定期的に振り返る時間を持つことを挙げた。管理項目としては、医師との対話に関する初診患者の満足度評価を継続的に測定することとした。一方、FB1「医師の応対力」(臨機応変に処置できる能力)の点検項目としては、医師と同様に検査のスタッフが患者への接客を振り返ることを挙げた。また管理項目としては、初診患者満足度を定期的に図ることを検討した。

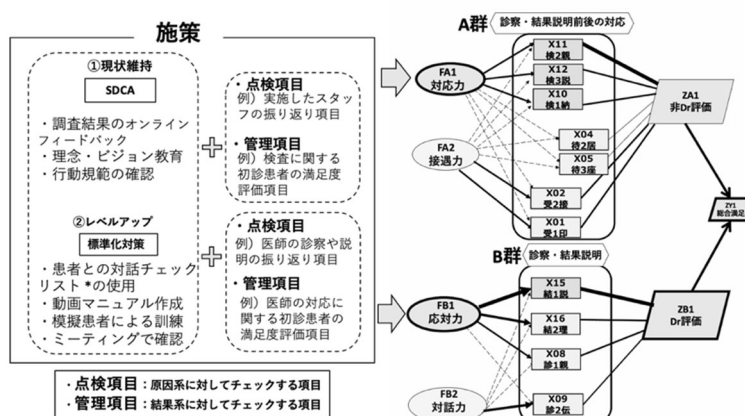


図 20 講じるべき対策因果全体図

さらに、①現状維持対策と②レベルアップ・標準化対策に加えて、点検項目と管理項目を検討した。点検項目とは原因系に対して管理する項目であり、管理項目とは結果系に対して管理する項目のことである(図 20)。FA1「検査スタッフの対応力」(決められたとおりに処理できる能力)の点検項目としては、医師が患者への対応を定期的に振り返る時間を持つことを挙げた。管理項目としては、医師との対話に関する初診患者の満足度評価を継続的に測定することとした。一方、FB1「医師の応対力」(臨機応変に処置できる能力)の点検項目としては、医師と同様に検査のスタッフが患者への接客を振り返ることを挙げた。また管理項目としては、初診患者満足度を定期的に図ることを検討した。

5.2 長期的な施策の提案

準 SEM によって「受付スタッフの接遇力」や「院内での待ち時間」も長期的に維持・改善すべき事項であると明らかになった。そのための施策として、受付スタッフの接遇力向上訓練と AI 問診票や自動精算機による待ち時間の変化を調査することを立案した。

6. おわりに

本研究は、脳神経を専門とする S クリニックにて、対象のクリニックの特徴を踏まえた質問項目を設定した上で、重点指向に基づく選抜型両側因果分析を行い、その分析結果を踏まえて短期的な患者満足度の維持・改善施策立案を行った。調査期間に初診患者 288 件の回答が収集できた。短期的な施策の立案のために「選抜型両側因果分析」を行い、長期的な施策の立案のために「準 SEM」を使って分析を行った。質問紙調査の分析の結果、重要な主成分と手を打つべき因子を明らかにすることができた。短期的に施策を立案すべき因子は「検査スタッフの対応力」(決められたとおりに処理できる能力)と「医師の応対力」(臨機応変に処置できる能力)が明らかとなった。その結果に基づいて、新たな施策を検討した。2つの重要な因子への短期的な対策として、SDCA (Standardize-Do-Check-Act) サイクルに基づく現状維持と教育訓練による将来勤務する新スタッフのレベル確保の施策を立案した。本研究における患者満足度調査では、質問紙設計のプロセスと、両側因果分析とその後の対策の方向を示している。

一方、準 SEM によって患者満足度を俯瞰的に把握することで「受付スタッフの接遇力」や「院内での待ち時間」も長期的に維持・改善すべき事項であると明らかになった。長期的な患者満足度の維持・改善施策として、受付スタッフの接遇力向上訓練と AI 問診票や自動精算機による待ち時間の変化を調査することを立案した。本研究より、クリニックはその特徴に対応した質問票による調査から短期・長期に合わせた手法で解析することで、効果的かつ効率的な施策を立案できることが分かった。

今後の課題は以下の 2 点である。1 点は、対象のクリニックの初診患者満足度構造をさらに俯瞰的に把握するため、本研究の結果を用いて本来の SEM に近づける過程において、新

たに患者満足度調査を実施することである。もう 1 点は、得られた知見を他院でも応用すべく複数の医療機関での実践例を積み重ねクリニックにおける初診患者満足度のモデルを一般化することである。

謝辞

本研究を進めるにあたり、分析・解釈の点でご支援いただいた慶應義塾大学健康マネジメント研究科客員教授高橋武則先生、桜美林大学ビジネスマネジメント学群特任講師川崎昌先生、目白大学客員研究員小川昭氏、慶應義塾大学健康マネジメント研究科博士課程古田裕亮氏に感謝いたします。

引用文献

- [1] 倉田正一, 患者に対する病院サービス—その分析手段—, 病院管理, 17(2),107-112, 1980.
- [2] 藤咲暹, 病院機能評価, その目的と方法, 日本病院会雑誌, 9, 67-75, 1987.
- [3] 大道久, 病院機能評価をめぐる諸問題, 日本病院会雑誌, 12, 87-101, 1987.
- [4] 倉田正一, 青木陽生, 他, 病院の医療評価に関する情報, 病院管理, 8(2),151-166, 1981.
- [5] Weyrauch KF, Malpractice, patient satisfaction, and physician-patient communication, JAMA, 274(1), 22-3. 1995.
- [6] Levinson W, Roter DL., Mullooly JP, Dull VT, et al, Physician-patient communication. The relationship with malpractice claims among primary care physicians and surgeons, JAMA, 277(7),553-9, 1997.
- [7] Moore PJ, Adler NE. Robertson PA, Medical malpractice : the effect of doctor patient relations on medical patient perceptions and mal. practice intentions. West J Med. 173(4), 244-50, 2000.
- [8] Hickson GB, Federspiel CF, Pichert JW, et al, Patient complaints and malpractice risk, JAMA, 287(22), 2951-7, 2002.
- [9] Pleil AM, Coyne KS. Reese PR, et al, The validation of patient-rated global assessments of treatment benefit, satisfaction, and willingness to continue, the BSWValue Health, S25-34. 2005
- [10] 岡田裕樹, 小菅友裕, 尾関裕彦, 津川和夫. 奥田益美, 安田晃, 津本周作. 米国患者満足度調査における患者満足度の構造のモデル作成への試み An Attempt on Model-making on the Structure of Patient Satisfaction in HCAHPS Database, 医療情報学, 37(4), 169-177, 2017.
- [11] 横田恵子, 林稚佳子, 丸橋美友紀, 高間静子. 外来患者の満足度測定尺度の開発-尺度の信頼性・妥当性の検討-, 富山医薬大医誌, 14(1), 55-61, 2002.
- [12] 山本武志, 伊藤弘人, 中野夕香里, 小澤恵美. 外来患者の患者満足度に関する研究-医

- 療機関の規模・機能による差について-, 医療情報, 24(2), 297-304, 2004.
- [13] 島津望. サービス・マーケティングの理論による患者満足の構造分析, 医療と社会, 4(2), 111-127, 1995.
- [14] 関田康慶・他. 患者訪医行動の分析, 病院管理, 20(2), 23-37, 1983.
- [15] 高橋武則, 説明変数間の相関が高い場合の両側因果分析とその反転分析, 日本品質管理学会第 50 回年次大会研究発表会要旨集, 207-210, 2020a.
- [16] 高橋武則, 質問数の多いアンケート調査のための両側因果分析, SAS Discovery Summit Japan, 1-16, 2020b.
- [17] 高橋武則, 満足度調査の因果分析における触媒としての主成分と影の主役としての因子, 日本品質管理学会第 126 回研究発表会要旨集, 41-44, 2021a.
- [18] Takenori Takahashi, Dual -sided Causal Analysis and Structural Equation Modeling - Principal Component as a Catalyst in Causal Analysis -, *Proceedings of The 19th Asian Network for Quality Congress*, 1-13, 2021b.
- [19] Sho Kawasaki and Takenori Takahashi, Application of Selective Dual-sided Causal Analysis and Structural Equation Modeling in Online Survey, *Proceedings of The 19th Asian Network for Quality Congress*, 1-13, 2021.
- [20] 高橋武則 (2021). 選抜型両側因果分析から反転因果分析への進展, Discovery Summit Japan 2021, Session ID: 2021-JA-50MP-21, 1-20.

選抜型両側因果分析から反転因果分析への進展

高橋武則

Takenori TAKAHASHI

【要旨】

CS（顧客満足度）調査における選抜型両側因果分析の主目的は「どの対象に手を打つべきかを客観的に明らかにすること」である。しかし、資源（人、物、金、時間）は有限である。このため原因系項目（サービス、商品特性）のうち結果系項目（満足度評価）に影響の特に強いものに焦点を絞り、そうでないものは分析の過程で積極的に除外するという重点指向（The vital few and the trivial many.）のアプローチをとることが重要である。選抜型両側因果分析はすべての段階で重点指向に基づいている点に特徴がある。

しかし選抜型両側因果分析の終了後に、CS 調査でとった全データを活用して CS の俯瞰的因果構造を把握することは高度で有用な知見を獲得できる点で価値がある。このための有用な方法として、選抜型両側因果分析の過程で除外したものを事後に復活した上で活用して SEM(構造方程式モデリング)に準じた方法を提案する。

結果系に直接強い影響を持っていなくても原因系の因子に影響を持つもの（原因項目と因子）は、全体の因果構造（俯瞰的因果構造）を把握する上で価値ある情報を提供してくれる。選抜型両側因果分析後に行う SEM のためのパス図作成のスタートは選抜型両側因果分析の最終結果の構造模型図の加工である。これに分析過程で除外したものを順次復活させて俯瞰的因果構造を段階的に構築する。この方法の本質は選抜型両側因果分析で得た因果構造を核とし、その背後の因子に注目して図を反転させて因子を主役とした反転因果分析である。それは SEM そのものではないが、本質的には SEM に準じたアプローチなので準 SEM と位置付けることができる。

【キーワード】 回帰分析、主成分分析、因子分析、選抜型両側因果分析、共分散選択、SEM（構造方程式モデリング）、準 SEM（準構造方程式モデリング）、GM（グラフィカルモデリング）、交差凍結共分散選択

1. はじめに

CS 調査（顧客満足度調査）の質問項目の構造は大枠として結果系の項目と原因系の項目の 2 系統から構成される。そして、CS 調査の重要な目的は以下の 2 つである。

- ①CS 向上のために手を打つべき対象の特定（局所的な把握：虫瞰図的な把握）
- ②現状の満足度の因果構造の全貌の把握（俯瞰的な把握：鳥瞰図的な把握）

いずれの目的の場合も結果系項目と原因系項目の間の因果分析を行うという点では本質的に同じである。しかしながら両者の違いは、地図に例えるならば対象とするエリア（領域）の広さの違いである。 そのこ
高橋 武則（Takenori TAKAHASHI）慶應義塾大学大学院

とは地図の縮尺の違いと言うこともできる。本研究の基本的なスタンスは①に重点を置くが、それが終了した後に引き続き②への対応も行って有用な知見を獲得しようというものである。

上記の目的①においては両側因果分析を行うわけであるが、その分析の過程では重要な役割を果たす「主成分」が分析後の因果構造には残らないということが特徴である。主成分の数理的本質は変数の線形結合（主成分は式の左辺に存在する従属変数）であるために便宜的なもので実体がないためにこれに手を打つことができないということに注意しなければならない。したがって、因果分析における「主成分」というものは、まさに化学反応における「触媒」の役割を果たしていることになる。そもそも、触媒というものは以下のものである。

「触媒とは化学反応において、自身は変化せずに特定の反応を促進させる作用を持つ物質のことである。」そして、それは反応後の生成物には残らない。しかし、因子分析で炙り出される因子は主成分とは異なり、手を打つことができる。何故ならば、因子は潜在変数ではあるが、これには実体があるために手を打つことができるのである。すなわち、因子の数理的本質は観測変数の説明変数（式の右辺に存在する独立変数）なので観測変数の原因なのである。

本研究は主要原因項目（手を打つべき原因項目）を特定する過程で主成分を触媒として有効に活用するというアプローチを行う。すなわち主成分という情報の縮約したものを用いて関連の問題を回避しながら効率よく主要原因項目を特定するのである。もし、特定した主要原因項目が多い場合にはそれらの多くに手を打つということは限られた資源のもとでは避けなければならない。このような場合にはそれらの背後にある根本原因（影の主役）を因子分析で炙り出して手を打つことが望ましい。このことは因子というものは多数の原因の要約（つまり根本原因）であることを意味する。つまり、主成分も因子の重点指向のスタンスに立つものなのである。

本研究では主成分を活用した因果分析を「表側因果分析」、背後の因子を炙り出す因果分析を「裏側因果分析」、そして両者を総合した因果分析を「両側因果分析」と呼ぶ。つまり一般形が「両側因果分析」で、そのうちの一方しかない特殊形が「表側因果分析」（主要原因項目はすべて散在の場合）あるいは「裏側因果分析」（主要原因項目はすべて密集の場合）という理論構造である。

そして、両側因果分析の終了後、そこで得た結論を進化（拡張）させて拡張因果分析を行う。これはSEM（構造方程式モデリング）に準じた因果のモデリングなので準SEMと位置付けることができる。

2. CS 調査における関連の問題と両側因果分析

2.1 因果関係の関数表記

因果関係を数理的に可視化して客観的に示す方法は関数で記述することである。関数表記においては陽関数と陰関数があるが、因果関係の場合は陽関数が用いられる。そして、陽関数は以下のように左辺と右辺で構成される。

$$y = f(\mathbf{x}) = f(x_1, \dots, x_p)$$

なお、因果関係を関数で表現する場合には以下のルールに従う。

- * 「結果」は左辺の従属変数で表現される。
- * 「原因」は右辺の独立変数で表現される。

単純な因果関係は一つの結果 y と複数の原因からなる重回帰式で表現が可能である。しかし、原因系の変数（説明変数）が増えてそれらの間に強い相関関係が生じると重回帰式では対応が困難になる。さらには結果系の変数（目的変数）が増えると重回帰式では全く対応することができなくなる。このことは同時に因果関係を代数的な式で分かり易く表現することができないことも意味している。

これに対してSEM（構造方程式モデリング）が提案され、複雑な因果関係を扱うとともにその因果構造の可視化もパス図という方法が用意されている。SEM は俯瞰的な視点から因果構造の全体を把握することに対しては優れている。しかしながら、結果を向上させるために何に手を打てば効果的かを見出す（主要原因項目を特定する）という目的に対しては広くいろいろと調べなければならないので冗長な（重装備の）アプローチであるために非効率的である。本研究は重点指向に基づいて主要原因項目を特定するための効率的なアプローチとして選抜型両側因果分析を提案するものである。

2.2 CS 調査における相関の問題

因果関係を探る代表的な調査はCS（顧客満足）調査である。この調査の重要な目的の一つはCSを高めるために手を打つべき（改善すべき）対象を特定することである。この目的のためには、CSの因果構造を明らかにするために結果系と原因系のデータをしっかりと取得しなければならないため、調査項目は必然的に多くなる傾向がある。

結果系データとしては「CS」に関する様々な項目が評価され、原因系データとしてサービスや商品の評価に関する様々な項目が評価される。そして、これらのデータを用いて行う因果分析の基本は回帰分析である。より正確に言えば、限られた資源のもとで結果を良くする有用な原因項目を見つけ出すのであるから、ここで用いるのは変数選択の重回帰分析である。しかし、昨今の調査に見られるように説明変数がかなり多いと説明変数間の相関問題（多重共線性）を抱えるために重回帰分析そのものが機能しなくなる。

現在では因果分析のアプローチは高度に進化しており、回帰分析の発展形である因子分析やさらにはその進化形のSEM（Structural Equation Modeling: 構造方程式モデリング）がよく用いられている。本研究はこれらの因果分析のアプローチに対して、選抜型両側因果分析を提案する。

2.3 主成分と因子と両側因果分析

CSの因果構造を明らかにするために結果系と原因系項目のデータを多種類とると、それらの間には強い相関が存在するために多重共線性が問題となる。

1) 表側因果分析 FCA (Front-sided Causal Analysis)

多重共線性の問題を回避するために主成分分析を活用することができる。しかし、注意しなければならないのは、主成分は原因系項目の合成変数（式の左辺に存在する従属変数）であるために実体のない仮の道具（実体のある多変数を入れるための便宜的な容器：カプセル、箱）のでこれに手を打つことはできないということである。

実際に手を打てるのはその中に入っている実体のある変数（原因系項目）である。具体的には主成分回帰分析で選択された重要な主成分（主要主成分）の中で、その主成分に対する因子負荷量の絶対値の大きな原因系項目が「手を打つべき対象である主要原因項目」である。このようにして、主成分分析を用いて主要原因項目を特定するアプローチが表側因果分析 FCA（Front-sided Causal Analysis）である。

2) 裏側因果分析 BCA (Back-sided Causal Analysis)

主要原因項目が特定された時点でそれらが少数で散在している場合には直接それらに手を打つことになる。しかし、それらが多数存在することによって密集状態になっている場合には、それらの互いに相関が強い多数の原因系項目の全てに対して個別に手を打つのは合理的ではない。このような場合にはそれらの背後にある根本原因（原因系項目の原因）である少数の因子を因子分析で抽出してこれに手を打つのが合理的である。このように因子分析を用いて多数の主要原因項目の背後にある根本原因を抽出（特定）するアプローチが裏側因果分析 BCA（Back-sided Causal Analysis）である。

2.4 合理的な群分けと両側因果分析 BCA (Dual-sided Causal Analysis)

近年の CS のアンケートではいねいに調査するために原因系項目の数が多い。原因系項目がかなり多い場合には、これらを一つの群で扱うのではなく複数の群に分けて扱うのが合理的である。項目数が多い場合にはすべての項目が互いにまんべんなく強い相関関係にあるということはありません。多数の項目の間の相関には強弱があり、似た項目同士で（相関の強いもの同士で）群を構成すると、群内は相関が強く群間は相関が弱いという似た者同士をまとめる群分け（構成）ができる。そこで、全項目を以下のように複数の群に分けることを「合理的な群分け」と呼ぶ。

- * 群内の項目間は相関が強い。
- * 群間の項目間は相関が弱い。

そして、合理的な群分けを行ったうえで群ごとに主成分を求め、これらを用いて多群主成分回帰分析を行えば多重共線性の問題は回避することができ、主成分回帰分析で重要な主成分（主要主成分）を変数選択することができる。

しかしながら、多数の項目の線形結合である主成分は実体のないものなのでこれに手を打つことはできない。そこで、選択された重要な主成分に強い影響を与える項目（因子負荷量の絶対値の大きな項目）を主要原因項目（手を打つべき原因項目）として特定する。そして、主要原因項目が少ない（散在している）群では主要原因項目に直接手を打てばよく、主要原因項目が多い（密集している）群では背後の因子を炙り出してそれに手を打てばよい。

実際のアプローチでは、全体を複数の群に分けた場合に、ある群では表側因果分析で特定された主要原因項目に手を打ち、別の群では裏側因果分析で炙り出された因子に手を打つという混合型の因果分析となることが少なくない。このような意味から、本研究はこの因果分析のことを両側因果分析 DCA (Dual-sided Causal Analysis) と呼んでいる。

原因系項目の中で CS にしっかりと効いている主要原因項目の数が少なければ表側因果分析が有効である。何故ならば、これにより特定した少ない数の主要原因項目に手を打てばよいからである。したがって

この場合にはその先の因子分析を行う必要はない。しかし、主要原因項目の数が多ければ、多数の主要原因項目に手を打つのは効率（費用対効果：コストパフォーマンス）が悪い。多数の主要原因項目の背後にある少数の根本原因に手を打つのが効率的な対策である。これを行うことができる裏側因果分析が有効となる。

以上の因果分析の中で主成分分析の役割は関連の問題を回避して主要原因項目を見つけて因果構造を明らかにすることである。それが終了後は因果構造の中には残らずに外される運命にある。したがって、主成分はまさに化学反応終了後に生成物の中に存在したい触媒と同じ状況になる。分析・反応の手助けをするが、最終的に得られた結果には残らないという役割の存在なのである。

本研究では最初に両側因果分析のアプローチ方法に関して体系的に整理するとともにその数理構造を議論する。そして次は、両側因果分析の結果からスタートする準 SEM のアプローチを議論する。

3. 両側因果分析後のアプローチと SEM（構造方程式モデリング）

SEM は高度化された裏側因果分析である。このアプローチは初めに仮説（潜在変数である因子の構造）があり、それらを炙り出すための観測変数として質問項目を明示したパス図を用意しなければならない。そして SEM は、俯瞰的因果構造の把握（知見獲得）が主目的である。このために主要原因項目を効率よく特定するための両側因果分析とは分析のタイプとして異なるものである。

両側因果分析で主要原因項目あるいは根本原因（因子）が特定出来たら当初の目的は達成されたことになる。しかし、その後、両側因果分析の過程で除外した項目を復帰させ、それらの背後の因子を炙り出し、因子間の構造に関して仮説を構築すれば SEM のパス図ができ上がる。それを用いて SEM の分析を行えば俯瞰的因果構造に関する知見が得られる。本研究はこのための一連の手順を示すとともにこのアプローチの数理的な意味を明らかにする。

両側因果分析は重点指向のスタンスに立ち、分析のプロセスで重要でないことが明らかになったものは大胆に除外するために手を打つべきものを効率的に特定することはできるが、重要でないものを除外するために因果構造の全体像の把握をすることができない。しかし、両側因果分析の結果として得られた因果構造に基づいて過程で場外したもののうちで因果構造の把握に有用なものを活用する（復活させる）ことで SEM（正確には準 SEM）を容易に行うことができる。

両側因果分析の視点からすると SEM は因子分析の進化形であるために進化した裏側因果分析と位置付けることができる。ただし、形式的には主成分分析を組み込むこともできるわけであるが、SEM の本質は因子分析の進化形であるといえよう。

SEM の主たる目的は因果構造の全体像（俯瞰的因果構造）の把握である。王道の SEM においては、最初に必要な因子とそれらの因果関係を明らかにして「構造方程式」を作成したうえで、次に各因子を炙り出す観測変数を用意して「測定方程式」を作成するというアプローチをとる。つまり本来の SEM においては事前に（データを採る前に）しっかりとした因果仮説を必要とするが、このことが SEM という手法

の難しいと言われる所以である。これに対して両側因果分析は結果系項目と原因系項目の重要なものに関しておおむね漏れなく調査ができていれば確実に主要原因項目や背後の因子（根本原因）を特定することができる点が大きなメリットである。

4. 重点指向と選抜型両側因果分析

近年注目されているデータ駆動型（Data Driven）の経営とはデータに基づいた意思決定のもと行動を行う経営のことである。これを進める上で、有限な資源（人、物、金、時間）を効果的かつ効率的施策を行うためには特定の対象に対して資源の集中投入が不可欠で、そのためには重点指向が必要である。これをデータに基づいて行う場合に図1に示すパレート図は有用な可視化ツールである。

4.1 重点指向とパレート図

重点指向のための代表的な指標は占有率で、パレート図で可視化すると重点対象の選抜は明快である。そして、回帰分析(RA)も主成分分析(PCA)も因子分析(FA)も寄与率（占有率）により重点指向を適用することができる。回帰分析では変数間が直交（独立）していれば各説明因子の寄与率が把握できる。主成分は互いに独立なので寄与率が各主成分のパワーを示す。因子分析の場合は、因子間が独立ないしは独立に近い場合には寄与率で判断をすることができる。

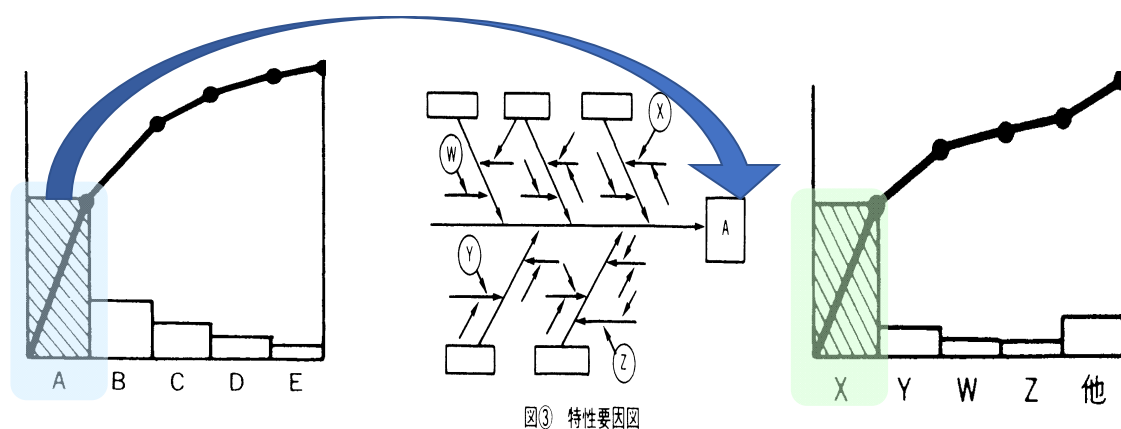


図1 結果と原因に対する重点指向

4.2 結果系の重点指向と原因系の重点指向

重点指向は結果系に対するものと原因系に対するものがある。まずは結果系で重点指向により攻める対象を絞り込む。そして絞り込んだ結果系の項目に対して原因を洗い出し、再び重点指向で手を打つべき原因を絞り込む。このことにより効果的な対策を講じることが可能になる。有限な資源のもとでの対策はあれもこれもと総花的に行うことは失敗の原因となる。

図1は問題解決における結果系の重点指向と原因系の重点指向のアプローチの本質を示したものである。(1)はパレート図により取り組むべき対象はAであることが明快である。このAの原因として候補を列挙したものが(2)の特性要因図である。中でもW, X, Y, Zに注目してデータを取り、原因系パレート

図にしたものが(3)である。これより原因 X に集中して対策を打つべきことが明快である。そして、対策の前後の比較として示したものが(4)のパレート図である。この図における 2 つのパレート図の比較で改善効果の詳細を明らかにすることができる。

もし多くの項目を取り上げたならば、いろいろな対策が必要となりそれらの実行は発散することになる。すなわち、まずは多数の項目に対して原因を調べなければならないので、それぞれの原因追求の精度が悪くなる。次に手を打つべき原因の数はかなり多くなる。そして、対策は総花的になるためにそれぞれの対策に対して分散した資源の投入となるので、いずれも中途半端な対策となる。その結果として、あれやこれやに対して腰砕けの手を打つために得られる効果は小さい。すなわち、“労多くして益少なし”という状況に陥るリスクが高いのである。

4.3 鳥瞰図(全域図), 虫瞰図(局地図), 獣瞰図(中域図)

両側因果分析の基本(中核)は表側因果分析で、これは重点指向(The vital few and trivial many)の考えに立脚しており、何ステップにもわたって対象がどんどん絞られていく。そして、因子分析においても多数の主要原因項目の背後にある少数の根本原因を炙り出す(要約)のでこれもまた重点指向なのである。なお、以下の説明では図2の(1)広域図、(2)の中域図、(3)の局地図、を用いて説明を行う。そして、因果分析を地図に例えると、選抜型両側因果分析は局地図で、SEM(構造方程式モデリング)は全域図(鳥瞰図)にあたるものである。

もともと選抜型両側因果分析の主目的は以下のものである。

*CSを高めるために手を打つべきものを特定する。

これを局地図の場合に例えると、その目的は以下のような例で示すことができる。

*駅に最速(最短時間で)で行くルートを特定する。

この場合、そのルートから少し離れたもの(他のルート、市街地、町並み、海、山、川など)の情報は全く不必要である。

しかし、駅への最速ルートが確保できた後に、中域図(最速ルートの周辺の情報の入った地図)を作ることは価値がある。中域図で他のルートや周辺の様子を知ることができるからである。全域図は無理としても、局地図作成の過程で削除した情報を復活させることで効率的に(容易に)中域図を作ることができるのである。因果分析において中域図を作ることは両側因果分析を拡張することなので、これを拡張両側因果分析と呼ぶことができる。これが準SEMである。

拡張両側因果分析(中域図)があれば知見を広げることができ、その結果として対策の選択肢が増える。例えば、地図の例において、駅に行く場合に最速のルートのほかにもいかのような様々な選択肢が増える。

*最短(走行距離が最も短い)ルート、*道幅の広いルート、

*料金の安いルート、*自転車で行くルート、*徒歩で行くルート

また、市街地、町並み、海、山、川などの周辺情報なども手に入れることができる。このことにより「駅に行く」という目的以外にも様々な使用が可能になる。

以上のように拡張型両側因果分析(中域図)は有用なので、これを作るためのデータがあるのにも関わらずこれを作らないというのはもったいない。なお、この作り方については第9章で取り上げる。



(米国 New Haven 周辺)

図2 因果分析と視点(縮尺)の異なる3枚の地図(再掲)

5. 重点指向による選抜型両側因果分析の手順の概要

選抜型両側因果分析の概要は以下に示すアプローチである。なお、これらの具体的な中身については第6章と第7章で多数の図を用いて分かり易く説明する。

- ①結果系項目はPCAで要約して第1主成分 Z_{Y1} に絞る。

結果系項目数は極端に多くはないので原則として群分けはしない。

多くの場合は第1主成分で事足りる。(重点指向)

- ②原因系項目は Z_{Y1} との相関の強いものを選抜する。

結果との相関の強いものを手を打つ対象の候補として選抜する。(重点指向)

結果との相関の弱いものは手を打つ対象にはなり得えない。

結果との相関の強いものだけを選抜すれば、そのもとでの主成分は上位の主成分に注目すればよ
りということになり、その後の分析が簡単になる。

- ③選抜された原因系項目は全体PCAで群分けをする。

事前に明確な群分けができていない場合には選抜した全項目を全体でPCAを行い群分けをする。

※群内は相関が高く群間は相関が低い群分けをする。

※各群には固有技術的に見て意味がある群分けをする。

群分けは第1主成分、第2主成分を中心とした上位の主成分の因子負荷量図で目視的あるいはクラスタ分析で行う。(重点指向)

- ④群ごとに個別PCAを行い上位の主成分 Z_{Xij} (原則として各群の第1主成分と第2主成分)に絞る。
(重点指向)

複数群の境界に跨るものがある場合は固有技術的判断で群構成を決める。

※ Z_{Xij} : 選抜された原因項目の第i群の第j主成分

- ⑤ Z_{Y1} と絞った Z_{Xij} の間で変数選択の重回帰分析で主要主成分を選ぶ。(重点指向)

固有値が 1.0 以上、累積寄与率が 0.8、スクリープロットの変化点等の情報を参考にして重要な主成分を選抜する。

※安全のために多めの数の主成分を変数選択の対象にしてもよい。

早い段階で結果との相関の強いものを選抜しているので下位の主成分が変数選択されることはほとんどない。多くの場合は第 1 主成分と第 2 主成分を取り上げておけば十分である。

【注】主成分は数理的には変数の要約（線形結合）なので実体が存在しない便宜的な概念のために手が打てないことに注意する。したがって、この後で実体の存在するものを選択しなければならない。

⑥各群で主要主成分に相関の高いものを選ぶ。（重点指向）

実際には主要主成分に対する因子負荷量の絶対値の大きいものを選ぶ。

これは主要主成分に相関の高い原因項目で、これを主要原因項目と呼ぶ。

※もし主要原因項目が密集していなければ（散在していれば）それらに手を打つ。

⑦主要原因項目が密集の場合には FA で因子を抽出する。（重点指向）

密集の場合は因子分析で因子（根本原因）を抽出する。

※密集した（多数の）原因項目の背後の因子（根本原因）は多数の原因項目の要約ということができるので、因子に手を打つということもまた重点指向の考えに基づいているのである。

因子抽出後は因子・主成分回帰分析をすると良い。

※手を打つ因子が結果にどの程度の影響力を持っているかを把握する。

⑧因子の読み解きをする。

因子負荷量の数字の符号と大小の様子（代数的情報）および因子負荷量図の様子（幾何的信息）情報を総合して因子を読み解く。

属性・因子回帰分析（因子得点を目的変数、属性を説明変数とした回帰分析）で特徴情報を獲得してこれも活用するとよい。

※対策においては層別対策（層ごとに対策を変える）も視野に入れると良い。また、全ての層に対する対策と各層に対する個別対策を組合せることは効果的である。

⑨対策を立案する。

対策は主要原因項目に対するものと因子（根本原因）に対するものがある。

- ・密集していない場合には主要原因項目に対策
- ・密集の場合には因子（根本原因）に対策

※密集した個々の項目（多項目）に手を打つのは得策ではない。

6. 表側因果分析の具体的なステップ

以下に示す[1]～[6]の 6 つのステップは表側因果分析である。この方法をステップにしたがって図解したものが図 3～図 14 である。

[1]結果系の第 1 主成分 ZY1 への要約

[2]ZY1 に影響の強い原因系項目の選抜

[3]選抜された原因系項目を全体 PCA で群分け

※事前に合理的な群分けがされている場合はこのステップを飛ばす。

[4]群ごとに主成分への要約

[5]ZY1 と原因系主成分で回帰分析し主要主成分を選択

[6]各群で主要主成分に相関の高い主要原因項目を選択

最終段階で触媒（分析では重要な役割を話したが最終結果には残らない存在）である主成分を削除すると簡潔な図となる。ただし、分析の全貌を示すために主成分を残す図も有用である。なお、全貌図を作成する場合は途中で削除された項目も表示すると調査したすべての項目がどうなったかの状況が分かるのでこの表現も価値があるので選択肢である。ただし、このような全貌図は図込み入って分かりにくくなる場合もあるので上記の複数のタイプの図を作成した上で使い分けることが望ましい。

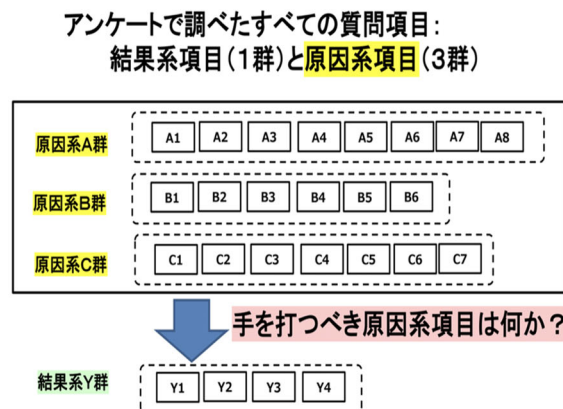


図3 アンケートの質問項目の構造
(結果系1群, 原因系3群)

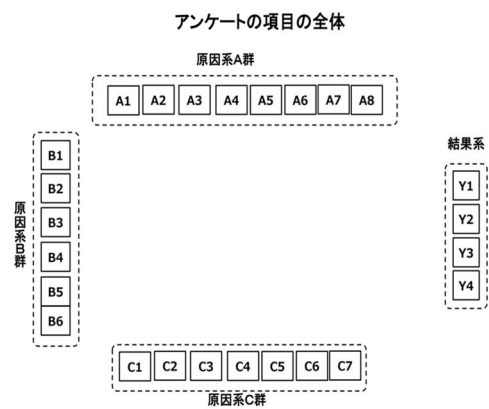


図4 イニシャルの項目の配置

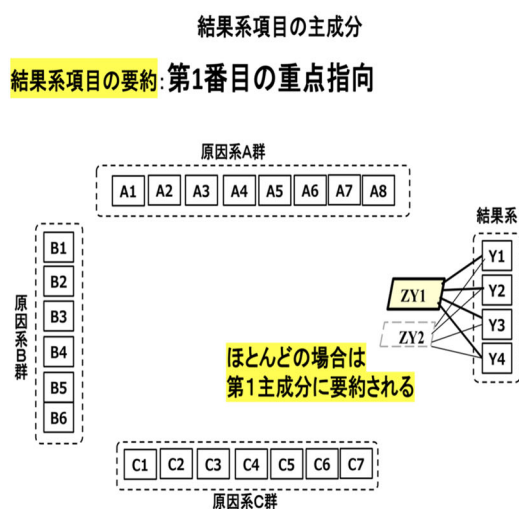


図5 結果系項目の主成分

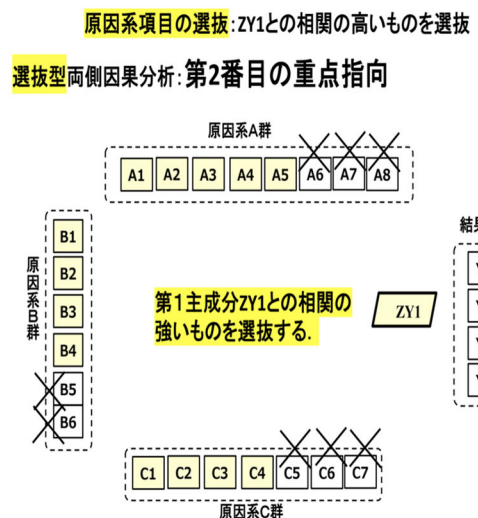


図6 原因系項目の選抜

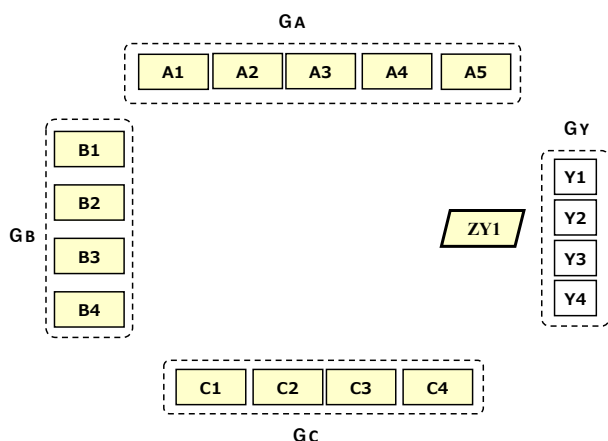


図7 選抜された主要原因項目の整理

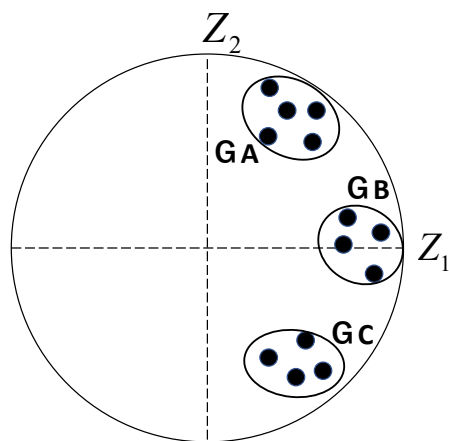


図8 主要原因項目の群分け(or 確認)

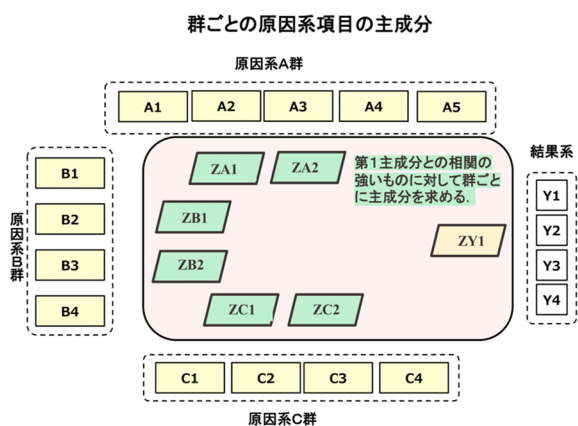


図9 群ごとの主成分分析

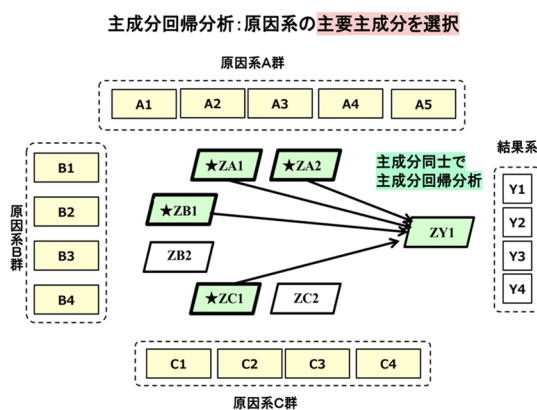


図10 主成分回帰分析による主要主成分の選択

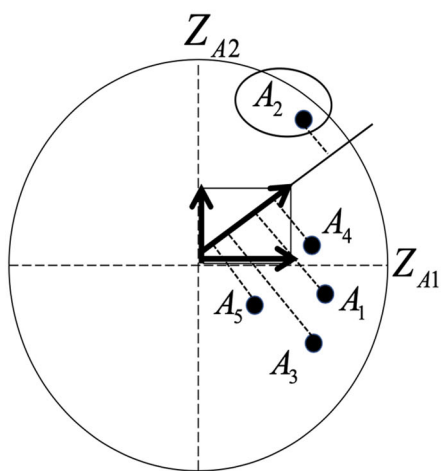


図11 ベクトル合成と主要原因項目の特定

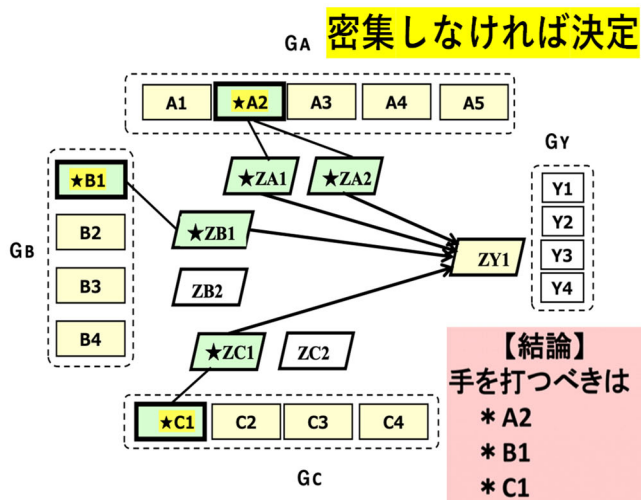


図12 表側因果分析の結論(主成分あり)

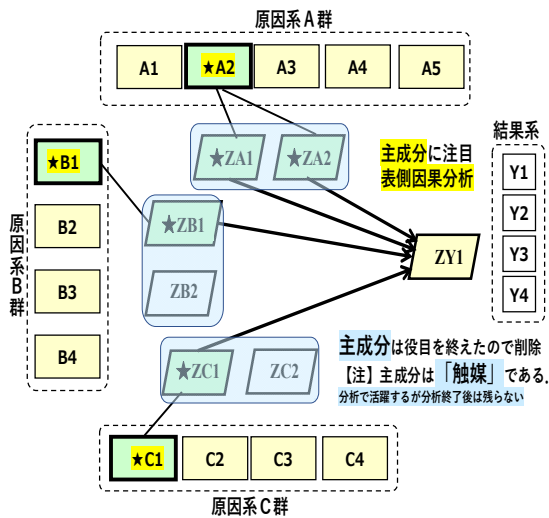


図 13 触媒としての主成分の除去の準備

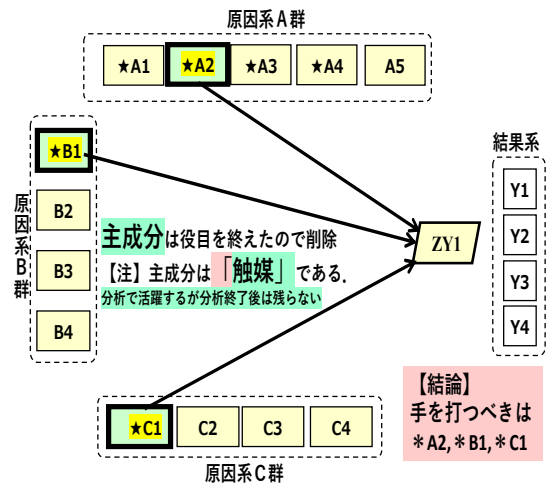
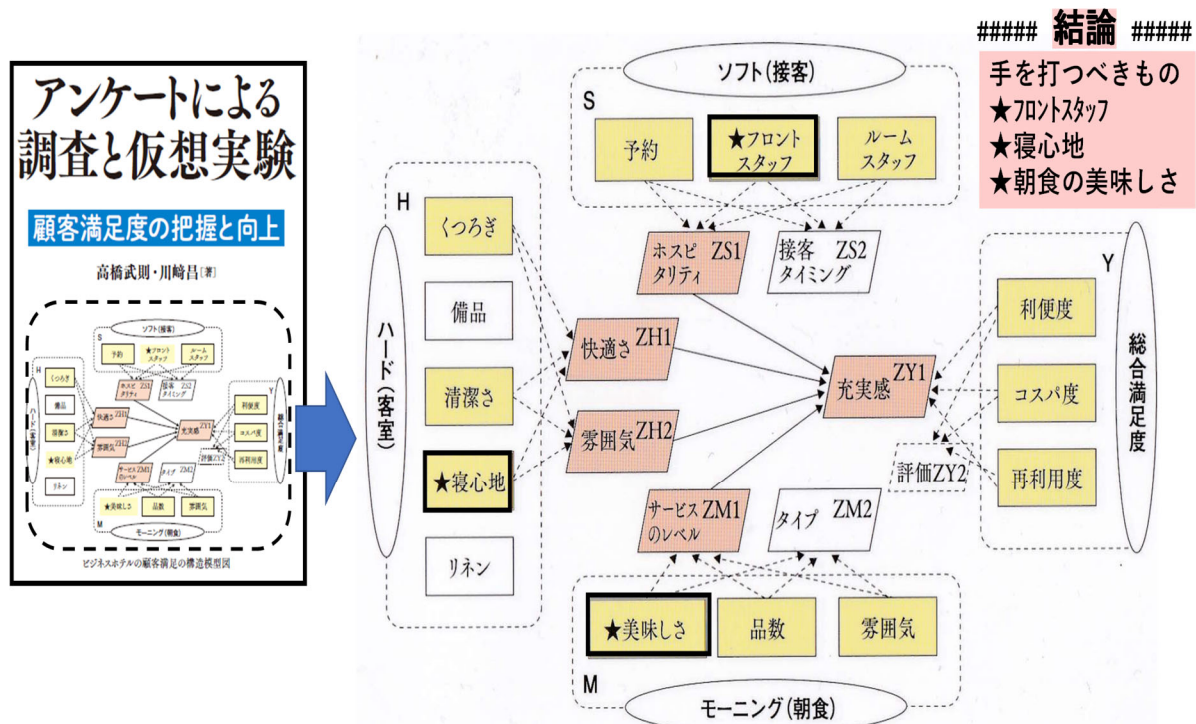


図 14 表側因果分析の結論(主成分なし)

表側因果分析の分かり易い事例として図 15 の選抜型両側因果分析の実例がある。これは詳細型で、分析の過程で削除されたもの（質問項目も主成分も）もすべてを表示しているとともに、主成分もすべて表記している。これ 1 枚で全体の様子が表現できるので有用な可視化資料である。



(1) 本の表紙(高橋・川崎(2019)^[14])

(2) 本の表紙の中の構造模型図を拡大した図 (詳細型)

図 15 選抜型両側因果分析の実例 (詳細型:過程で削除されたものも表示)

7. 裏側因果分析の具体的なステップ

以下に示す[7]と[8]のステップは裏側因果分析である。この方法をステップにしたがって図解したものが図16～図21である。

[7]密集した主要原因項目に対しFAで因子を抽出

[8]因子の読み解き

*結論を分かり易く可視化した図を作成

これは表側因果分析の結果として特定された主要原因項目が群において多数が密集した場合に用いられる分析である。この場合には、密集した多数の原因項目に手を打つのではなく、それらの背後にある根本原因（原因の原因）を因子分析で炙り出し、これに手を打つのである。これは本質的な対策（根本原因に手を打つ対策）でありかつ効率の良い対策（多数の原因の集約したものに対する対策）という点で合理的である。

表側因果分析は必ず行われるが、裏側因果分析は必要な場合にだけ行われるものである点に注意が必要である。また、図20や図21に示す場合のように、原因項目に手を打つ群と因子に手を打つ群とが混在する場合も少なくない。ちなみに図20と図21は表現の情報量の違いであって本質的な情報と結論に関してはまったく同じである。ちなみに、図20が簡潔型表現で、図21が詳細型表現である。図21の詳細型表現の図においては全ての状況が分かるように削除した項目やすべての主成分（選択されなかったも含めて）を示している。全貌を説明するにはとても向いているが、別の見方では情報量が多過ぎるといこともできる。結論を簡潔に（明快に）示すには図20の簡潔型表現が向いているが、別の見方では情報量が少な過ぎるといこともできる。したがって、どちらを用いるかについては関係者に提示する（伝える）目的によって使分けることが望ましい。

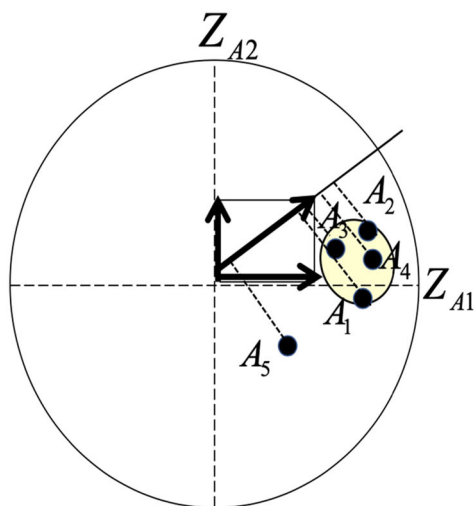


図16 ベクトル合成と主要原因項目の密集

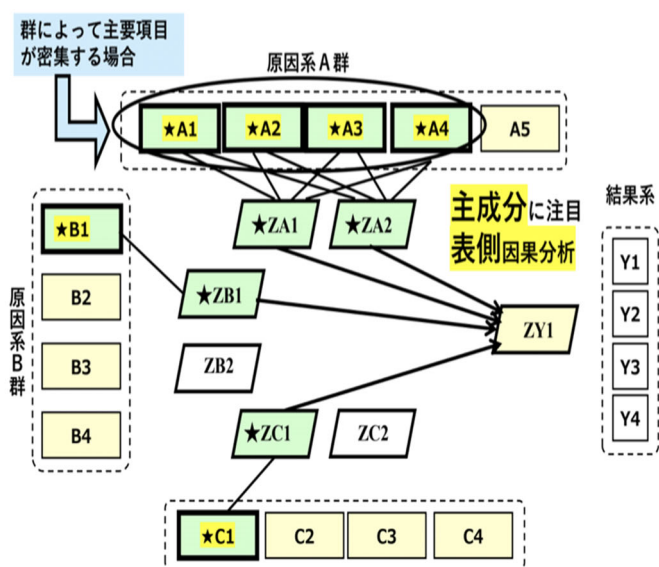


図17 主要原因項目の密集

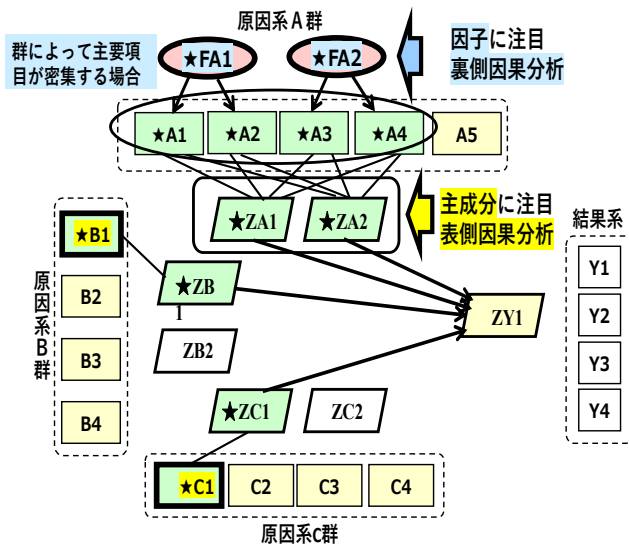


図 18 因子（根本原因）の抽出

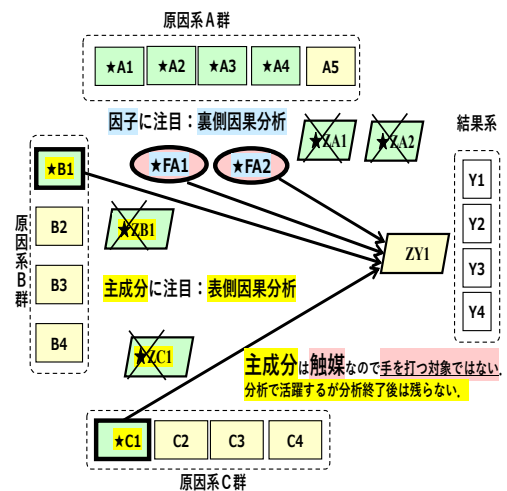


図 19 役目を終えた主成分の削除

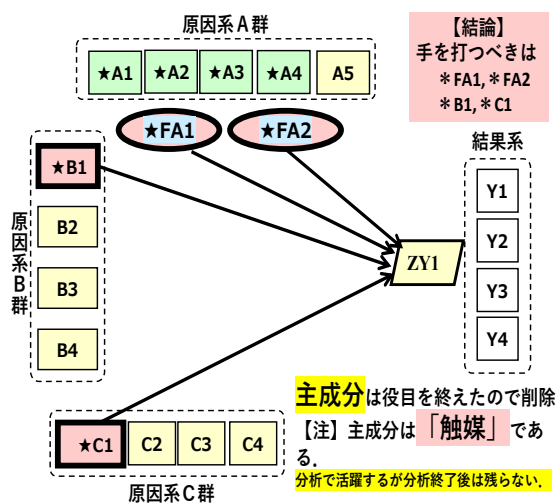


図 20 両側因果分析の結論（簡潔型）

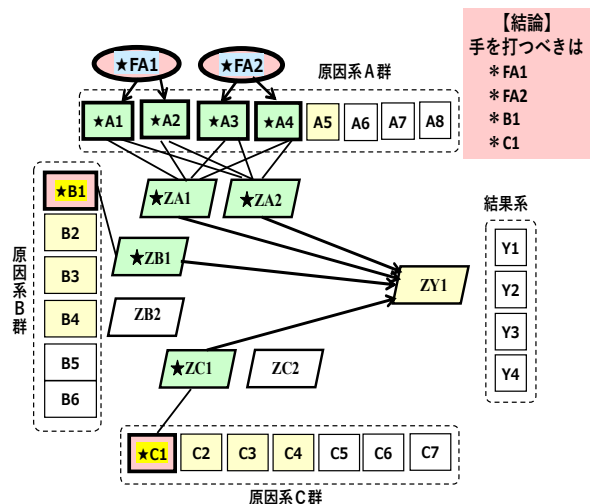


図 21 両側因果分析の結論（詳細型）

8. 両側因果分析から準 SEM（反転因果分析）へ

8.1 CS(顧客満足)調査の重要な目的

CS（顧客満足）解析の選抜型両側因果分析（以後 DCA：Dual-sided Causal Analysis）の主目的は主要原因（手を打つべき原因）の客観的な（数理的な）決定である。このため原因系項目のうち結果に影響の強いものだけを注目し、他は分析の過程で積極的に除外する。しかしこの分析の終了後に分析過程で削除した原因を復帰させて CS の俯瞰的因果構造を構築することは高度で有用な知見が獲得できる点で価値がある。この方法は表側の原因と裏側の原因(根本原因)を反転させた因子を中心とした因果分析のため準 SEM (Quasi-SEM) と言える。

すでに述べたように、CS(顧客満足)調査の重要な目的は以下の2つである。

【目的1】CS向上のために手を打つべき対象の特定

【目的2】CSに関する俯瞰的な因果構造の把握

両者は基本的には因果分析に基づくという点では同じであるが、両者の本質的な違いは以下の点である。

①対策を効率的に打って状態・状況を良くすること

その結果局所的な因果構造の把握ができる。

②全体の因果構造の様子を理解すること

その結果対策を考えることもある。

本研究のスタンスは①に重点を置くが、①の終了後に②にもアプローチすることを推奨するものである。

8.2 両側因果分析と反転因果分析における主成分と因子

8.2.1 分析における「主成分」とは

両側因果分析における主成分は化学反応における触媒である。何故ならば、触媒は反応に重要なものであるが反応後は生成物に残らないからである。主成分も因果分析に重要であるが分析後は因果構造には残らないあるいは、主成分は劇における狂言回しということもできる。狂言回しは劇の進行役で物語を観客に理解させる重要な役割を持つが物語に関わらないからである。

更には主成分を黒子と見ることもできる。黒子は黒衣を着用して舞台上で役者の演技を助ける後見人であるが、舞台上では存在しないと解釈される存在だからである。

8.2.2 分析における「因子」とは

一方、因子は「影の主演」である。主要原因が密集していなければ（散在していれば）出番はないが、密集している場合には因子分析の後押しで舞台上に登場する。

手を打つべき主要原因が多数存在して密集している場合は多数のそれらに手を打つのは重点指向の観点からは非効率的である。この場合には密集している（互いに強い相関がある）原因の背後にある根本原因を炙り出して（舞台に登場させて）これに手を打つのが効率的である。

8.3 準SEM（反転因果分析）と本SEMの違い

8.3.1 【準SEM（反転因果分析）】は新たにデータを採らなくても良い。

DCAから準SEMでは新たにデータを採らなくても良い。

- *DCAの過程で重点指向で削除した原因を復帰
- *ZY1との相関で選択されたものは問題なく復帰
 - ・多くの場合に復帰できる。
- *ZY1との相関で削除されたものは case by case
 - ・復帰が難しい場合が少なくない。
 - ・削除基準（選択基準）にもよる。

DCA の過程で削除された原因は結果 ZY1 を説明することは難しいが、原因系の因子への因果関係の情報を与えてくれる。このことはより広い視点で因果構造の全体像を把握する上では貴重な情報を与えてくれる。結果系は ZA1 のままで準 SEM を行っても良いが、結果系についても因子を炙り出してパス図を作るという選択肢がある。これを行うと、結果系の構造が複数になるのでより詳細な因果構造を把握することができる。ただし、手持ちのデータで行うのでそれ以上の分析はできない

8.3.2 【本 SEM】新たにデータを採らなければならない。

準 SEM を行った後に挑戦する本 SEM はリスクが少ない。準 SEM を行う過程で得た情報に基づいて確実性の高いパス図が作成できるからである。これに対し、最初から本 SEM (Full-SEM) をトライすることには高いリスクが伴う。

なお、準 SEM 後に正式に本 SEM を行う場合には、すでにとった項目のうち不必要なものは外し、新たに必要なものを加える。このことは結果系についても原因系についても同様である。

8.3.3 【準 SEM】(反転因果分析)におけるパス図の作成について

準 SEM においては各群で因子を抽出した後因子間の関係を用意して吟味する。もともと DCA における合理的な群分けとは以下のような群分けを目指している。

- * 群内の原因項目の間は相関が強い。
- * 群間の原因項目の間は相関が弱い。

しかし、群間の原因間にはある程度の相関があるので準 SEM 段階では因子間に因果関係を用意することができる。

重点指向の観点から手を打つ対象を選抜する場合には群間の項目の間の強くはない相関は無視してかまわない。しかし、もし全体の因果構造を把握するという場合には群間の原因間の強くはない相関は無視してはならない。そして、重点指向の観点から DCA では敢えてバリマックス回転(直交回転)を用いたが、準 SEM の準備の段階ではプロマックス回転(斜交回転)を用いると良い。このことで因子が読み解き易くなり、また因子間に弱くはない相関が登場するので SEM 世のパス図の作成においていろいろなアイデアが浮かび易くなる。

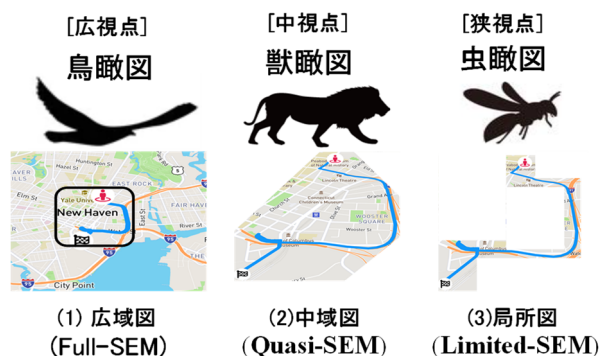


図 22 因果分析と視点(縮尺)の異なる3枚の地図(図2の再掲)

8.3.4 本(Full)SEM と準(Quasi)SEM と限定(Limited)SEM

本項では再度3種類の地図を取り上げて（引き合いに出して）因果分析の本質を議論する。図22（図2の再掲）に示す3種類の因果分析は、地図の比喻を用いて表現すると次のようになる。

- (1)広域図が本 SEM (Full-SEM)
- (2)中域図が準 SEM (Quasi-SEM)
- (3)局所図が DCA (Limited-SEM)

多くの人は広域図がベストと考えがちである。何故ならば、情報の量は圧倒的に多いからである。しかしどれが良いのかは case by case である。何が望ましいのかは使用目的による。もしも、地図の使用目的が

「車で駅まで最速で行くルートが欲しい。」

ならば(3)の局所図がベストなのである。この地図は作り易くそして理解し易いのでとても効率的である。これに比べたら広域図（全域図）は作成が大変で、理解する（必要な場所を探す）のも大変である。

SEM は魅力的な統計的因果分析法として注目されている。実際、きちんと出来上がった SEM はとても有用で素晴らしい。しかしながら、次の点が問題である。

- *作るのに大変な時間とエネルギーを必要とする。
- *一般の人が理解するのは簡単ではない。
- *多くの場合実際に使うのは全体の中の一部である。

もし、使用目的が明確であるならば、それに特化したものの方が効率的なために合理的といえることができる。

資源（人、モノ、金、時間）は有限であるため、使用目的が明確ならその必要なものに資源を集中投入した方がよい。この意味で DCA（両側因果分析）は有用である。前述の【目的1】（駅に車で最速で行く）のために不必要なものを削除することにより少ない資源で目的が達成できる。しかし、このままでは【目的2】（俯瞰的な街の様子）の把握には向かない。これに対しては SEM が必要である。

ところで、【目的1】の分析の過程で目的に沿わないという理由で不必要と判断されて削除されたものは、たまたま今回の目的に沿わなかっただけで、それらは別の見方からしたら有用な情報を有している。このような手持ちの情報を無駄にすべきではない。当初の目的が完遂できた後は、その過程で削除した情報を復活させて SEM に準じた因果分析にレベルアップすることは価値がある。ただし、このアプローチは本来の SEM（本 SEM: Full-SEM）ではなく、それに準じたものなので本研究ではこれを準 SEM (Quasi-SEM) と呼ぶ。転んでもただでは起きないというスタンスである。

本 SEM の成功の鍵を握っている「核となるパス図」の作成と「適切な観測変数」の用意である。

- [1]重要な潜在変数（因子）を用意してそれらの間の関係をパス図として設定する。
- [2]潜在変数を炙り出すための適切な観測変数（質問項目）を用意する。
- [3]調査後（データの取得後）は、適合度指標を睨みながら試行錯誤を繰り返して[1]のパス図を確実なものに仕上げる。

上記のアプローチは決して容易なものではない。そして、実際に行った場合に納得のいく結果（事前に期待したレベルの結果）が得られる可能性は必ずしも高くはない。事前の十分な情報・知見が必要で、かつそのもとの確度の高いパス図の作成が不可欠だからである。

8.3.5 DCA(両側因果分析)の本質

DCA はあれもこれもと守備範囲を広げる必要はなく、目的に特化したデータを集めればよい。そして、解析では結果との相関の弱い原因はどんどん削除して結果との相関の強い原因にのみ注目する。その上で同じ群内の原因の強い相関(多重共線性)の問題は主成分により回避して重要な主成分を選択し、それらの主成分に対して因子負荷量の大きなものを主要原因とするわけである。そして、もしも主要原因項目が密集した場合には因子分析で因子(根本原因)を抽出して(炙り出して)それに手を打つことになる。この方法は表側因果分析(主成分分析)と裏側因果分析(因子分析)を併用するため両側因果分析と呼んでいる。

8.3.6 主成分には手は打てないが因子には手が打てる

同じ対象(原因項目)に対して主成分と因子は表と裏の関係にある。数学的には目的変数(従属変数)と説明変数(独立変数)の関係にあり、図23、図24、図25はこのことを示している。これを踏まえて合理的な因果分析を行うのが両側因果分析である。

* 主成分は目的変数で原因の線形結合(要約)である。

・したがって原因ではない。 → ・故に主成分に手を打つことはできない。

* 因子は説明変数で原因の原因(根本原因)である。

・したがって原因である。 → ・故に因子には手を打つことができる。

主成分は因果分析では仮の存在なので必ずしも主成分の意味を読み解く必要はない。しかし、読み解けば有用な知見を得ることもできるので読み解きは望ましい。

これに対して根本原因である因子はしっかりと読み解かなければ意味がない。何故ならば因子は影の主役で、これに対して手を打つことが重要であるからである。しっかりと読み解けなければ手を打つことができない、あるいは打つ手を間違えるというリスクがあるからである。

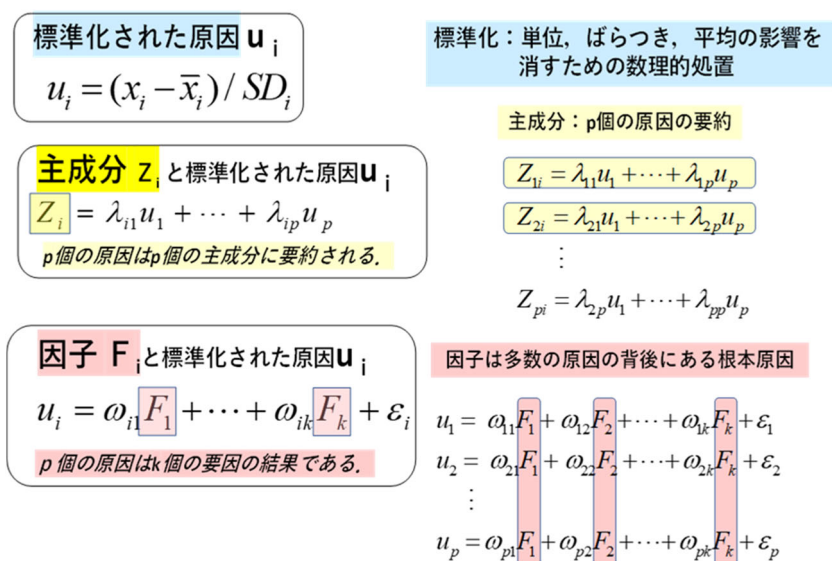


図23 従属変数としての主成分と独立変数としての要因

標準化された原因 u_i

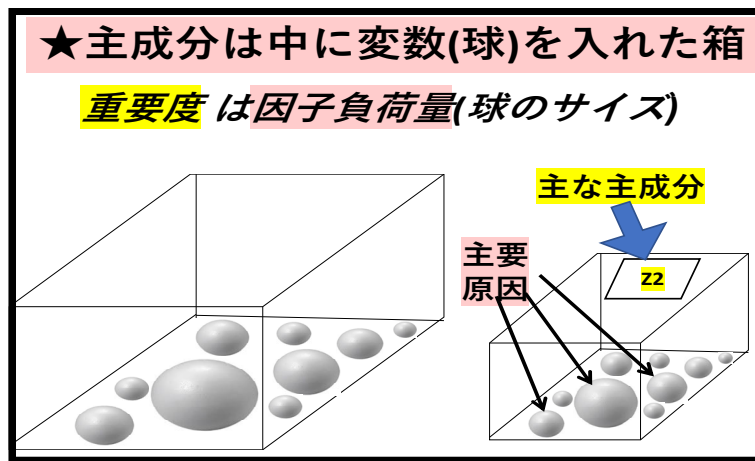
$$u_i = (x_i - \bar{x}_i) / SD_i$$

主成分 Z_i

$$Z_i = \lambda_{i1}u_1 + \dots + \lambda_{ip}u_p$$

主成分 Z_i は原因ではない。
 ⇒ 故に手を打つ対象ではない。

(1) 主成分の数学的意味 (線形結合)



(2) 主成分と変数の比喩的意味 (箱と球)

図 24 原因項目の線形結合(要約)としての主成分

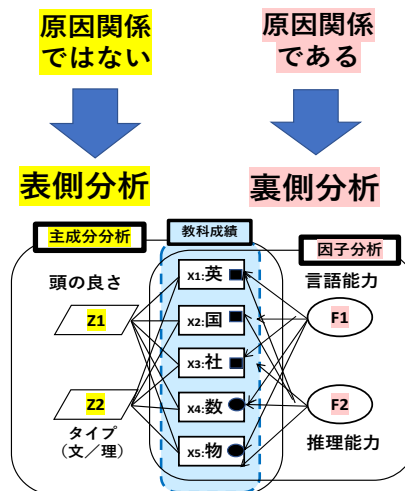


図 25 同じ変数に対する表側分析(PCA)と裏側分析(FA)

8.3.7 因子の読み解きにおける属性情報の活用

因子の読み解きは基本的には因子負荷量の状態に基づいて行われる。しかし、推奨したいことは、属性情報の利用である。因子分析で得た各因子の因子得点を目的変数として属性を説明変数とした回帰分析が役に立つ。この分析において説明変数の属性は目的変数の因子（データとしては因子得点）の原因ではないことに注意する。そうではなくて、目的変数がどういう特徴を有しているのかを教えてくれるのである。

例えば「性別で異なる」、「年齢で異なる」、「職業で異なる」からとって、これらの属性（性別、年齢、職業）に手を打つことはできないのである。実際に行うことはこの情報を用いて因子を読み解くかあるいは層別をするかである。層別を行う場合は新たに分析を行う必要があるため、これは別の機会に議論することにする。本稿では属性情報を用いて因子を読み解くことについて議論する。

因子を読み解く上で2つの情報がある。

- * 因子負荷量:原因項目へ与える因子の影響の強さ
- * 属性による違い:属性による異なる程度(レベル)

9. 構造方程式モデリング (Structural Equation Modeling; SEM) への接近

選抜型因果分析は重点指向に基づいて結果に与える影響の強いものに焦点を合わせ、そうでないものは積極的に除外してきた。このアプローチを用いれば結果を良くするために手を打つべきものの特定を効率的に行うことができる。重点指向のスタンスに立つアプローチでは、そのプロセスで俯瞰的な因果構造に関して有用な情報は採用されなかった。しかしながら、手を打つべきものの特定が済んだ後はこのような有用な情報は活用すべきである。本章では、プロセスで除外した情報の中で有用な情報を復活させてSEM（構造方程式モデリング）に接近する方法（準SEM）について論じる。

9.1 準SEMのための3段階のモデル

両側因果分析の後にはSEMへの接近を試みる。この過程の分析は正確にはSEMに準ずるものなので正しくは準SEMと呼ぶ。これには以下の3段階のモデルがある。

A) 基本モデル：主要原因項目のみで作成したモデル

主要原因項目とは手を打つべきものとして最後まで選ばれた原因項目のことである。

B) 復帰モデル：準主要原因項目を復帰させて作成したモデル

準主要原因項目とは結果への影響力はあるが、変数選択された主成分に対する因子負荷量が小さいために最後に選ばれなかった原因項目のことである。

C) 追加モデル：非主要原因項目のうちで利用可能なものを追加して作成したモデル

非主要原因項目とは結果への影響力が小さいために最初の段階で除外された原因項目のことである。

9.2 基本モデル

基本モデルは当然のことであるが確実にモデル化をすることができる。そして、その適合度指標も悪くない場合が多い。しかし、復帰モデルは準主要原因項目が無ければモデル化を作成することはできない。

この点は追加モデルも同様で、非主要原因項目が無ければ追加モデル化を作成することはできない。

9.3 復帰モデル

復帰モデルの作成においては以下の点に注意する。準主要原因項目は結果系項目（実際には結果系の第1主成分ZY1）への相関はあるので結果に対して何らかのルート（直接効果、間接効果）が存在する。準主要原因項目についてはもとの所属の群に入れて、その群に関して全体（主要原因項目と準主要原因項目）を再度因子分析（探索的因子分析：全ての因子は全ての変数に線が結ばれる）を行う。この結果を用いて確証的因子分析（各因子はそれぞれ関連の強い変数に線が結ばれる）のパス図を作成する。この結果（準主要原因項目の復帰のパターン）に関しては以下の3つのものが存在する。

[A]すべて既存の（基本モデルの）因子に入る。

[B]すべては（いずれも）既存の因子には入らずに、新たな因子を構成する。

[C]一部が既存の因子に入り、他は新たな因子を構成する。

得られたパターンに基づいて復帰モデル用のパス図を作成してSEMの分析を行う。

【注】結果に対する効果には直接効果と間接効果があり、両者を合わせたものを総合効果という。つまり、総合効果＝直接効果＋間接効果という構造である。俯瞰的な因果構造を把握する場合には総合効果を直接効果と間接効果に分けて把握する必要がある。このためには偏相関係数に着目する必要がある。しかし、結果に強い影響を与えるものを探す場合にはとにかく総合効果の大きなものを探せばよい。それは相関係数に直目すればよい。もし直接効果が小さいあるいはないとしても大きな間接効果（他のものを介しての効果）があるものはそれに手を打てば他のものを介してとは言え最終的に結果を良くすることができるのである。しかし、俯瞰的因果構造の把握では直接効果と間接効果を分離する必要がある。このためにはSEMを行う必要がある。また、偏相関係数を把握するにはGM（グラフィカルモデリング）が有効である。したがって、可能であればGMを十分に活用されたい。本研究では、追加モデルを作成する際にGMを利用する。

9.4 追加モデル

追加モデルは少していねいな処理手続きを必要とする。ここで取り上げる非主要原因項目とは、結果への影響が少ないので結果への直接ルート（直接効果）はまず考えられない。もしあったとしてもかなり微弱なので無視しても構わない。したがって、直前の既存の因子（もし復帰モデルがあれば復帰モデル、なければ基本モデル）に関わるものを取り上げればよい。どの因子に関わるのかが分かったらその因子に配属することになる。しかし、どの因子にも関わらない（配属先のない）ものもある。これを「局外項目」と呼ぶ。当初は関係があると考えてデータを採ったが事後に結果とは無縁のものであることが分かったというわけである。ただし、局外項目には以下の2つのタイプがあることに注意する。

(1)そもそも結果に無関係なもの

(2)実は結果にしっかりと関係があるのであるが、それはばらつかないあるいはばらつきが小さいために結果に影響しないもの

前者はそれを今後の知見とする。後者は、もしそれがばらつく結果に影響することを理解し、そのばら

つかない状況を今後も管理してばらつかないようにするか、あるいはその水準（平均）を変えれば結果がどう変化するかを調べて結果を良くする方向が分ったら次の段階でこれに手を打つ対象とすることを選択肢にするということが重要である。

9.5 交差凍結共分散選択

非主要原因項目の配属先の決定は以下の「交差凍結共分散選択」を行う。これはGMにおける「共分散選択」を用いるアプローチである。

- * 直前の既存の因子（もし復帰モデルがあれば復帰モデル、なければ基本モデル）の因子得点（因子スコア）を保存して観測値データ（正確には推定値）として扱う。
- * 複数の因子で「原因群」を構成し、非主要原因項目で「結果群」を構成する。
- * 最初は「結果群」を凍結して「原因群」に関して「共分散選択」を行う。
- * その後、「結果群」を解凍して「原因群」を凍結して、「結果群」に関して「共分散選択」を行う。
- * 以上の結果として非主要原因項目の配属先の決定を行う。どこにも配属されないものは「局外項目」とする。

10. 実例を用いた準SEMの概要

本章では第9章で述べた準SEMの具体的なアプローチについて実例を用いてその概要を示す。この事例は川崎・高橋（2021）^[7]より引用している。なお、ここではパス図のみを示し、SEMによる分析の結果（パス係数や適合度指標）については割愛しているため、これらの詳細については文献を参照されたい。

図26は両側因果分析の結果（構造模型図）である。この結論は「FA（外的報酬）とFB1（内的報酬）とFB2（自律環境）に手を打つべきである」ということである。ここで注目すべきは、7つの原因項目が最後の段階で除外されていること、そして4つの原因項目が最後の段階で除外されていることである。前者は非主要原因項目で、後者は準主要原因項目である。

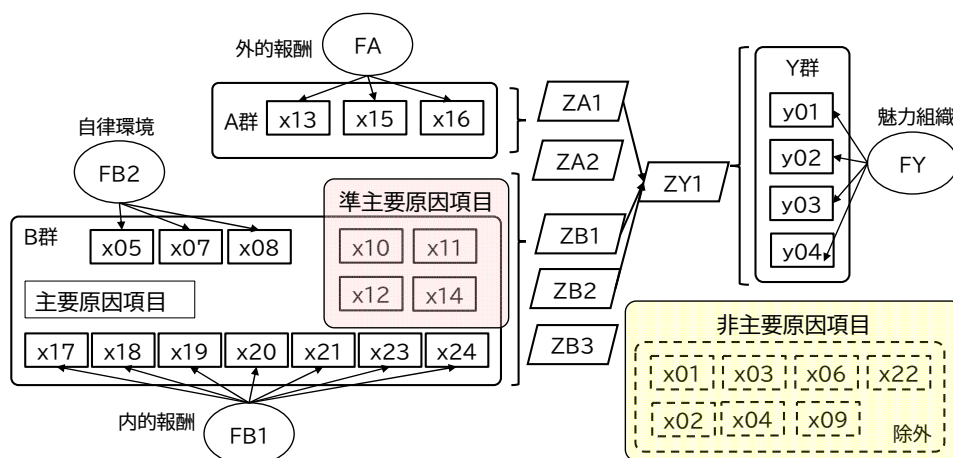


図26 両側因果分析の結果（構造模型図）

図 27 は基本モデルである。これは主要原因項目のみで構成されている。したがって、個々には準主要原因項目と非主要原因項目は取り上げられていない。なお、原因系の因子の間には相関が存在している。

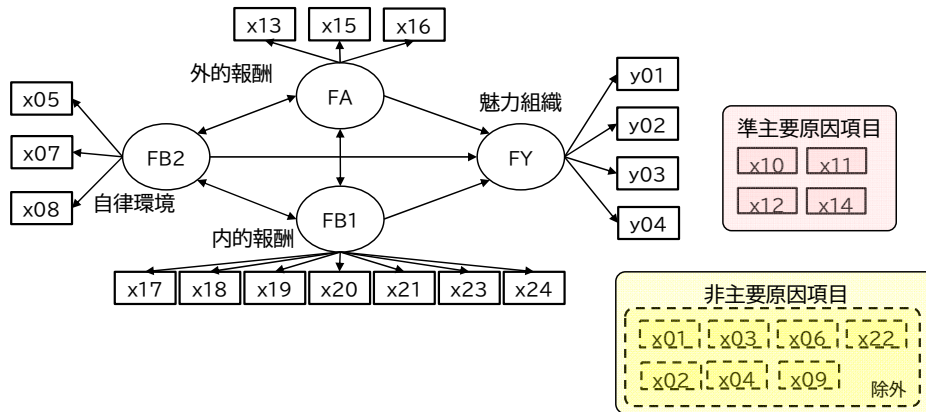


図 27 基本モデル

図 28 は復帰モデルである。ここには準主要原因項目が復帰している。この場合の結果として4つの原因項目はあらたん五因子を構成し、それが基本モデルの2つの因子に関係していることが分かる。そしてここでは非主要原因項目を取り上げていない。

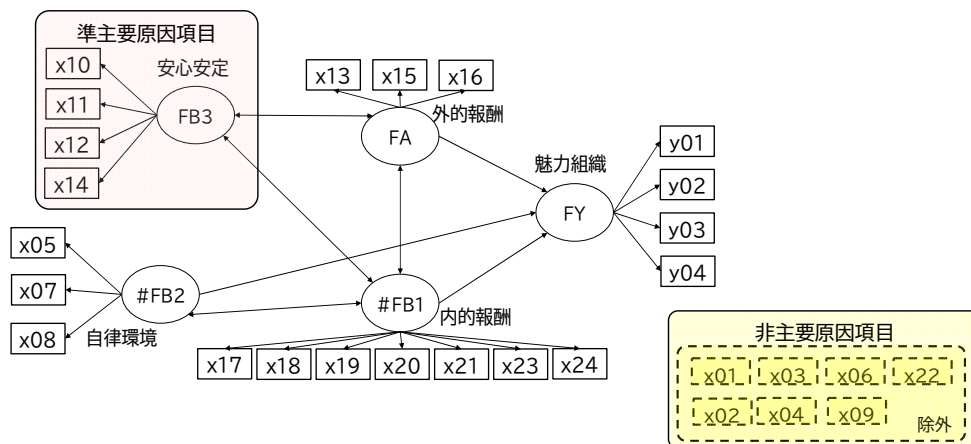


図 28 復帰モデル

図 28 は追加モデルを分析するために7つの非主要原因項目に対して以下の2つのことを交差凍結分散選択で調べた結果である。

- * これらのうちで使えるものはどれか (局外項目はどれか)。
- * 使えるものはどの因子に属するか (配属すべきか)。

調べた結果は以下の通りである。

*X6 はFB2 に属す。

*他の6個は局外項目である。

なお、局外項目は事前には結果に影響を与えるものと考えて調べたわけであるから、それが結果として局外項目となってしまったことについて考察をすべきであり、そのことによって有用な知見を得ることができる。

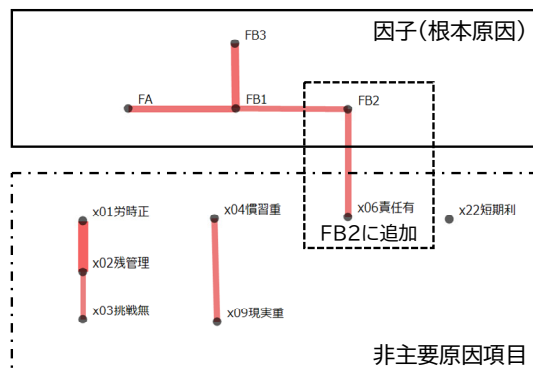


図 29 交差凍結共分散分析の結果

図 30 は X6 を FB2 に属させたもとの結果である。この図には調べたすべての項目が登場している。局外項目は無関係なので図から外すことも選択肢ではあるが、全体を総括する意味でもこれも示した方がよい。

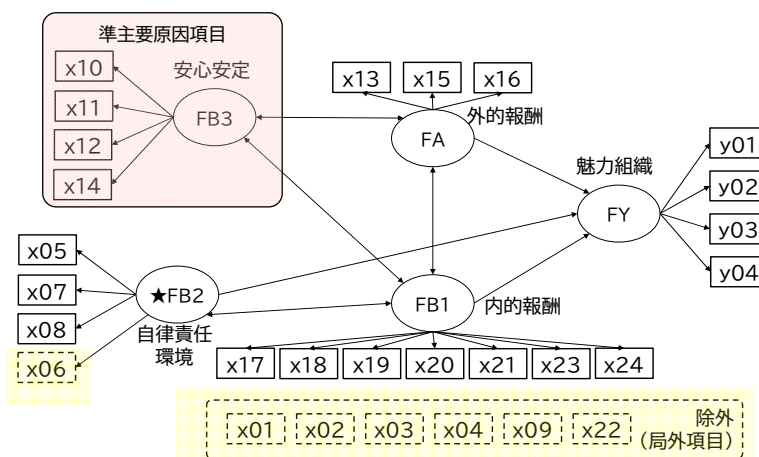


図 30 追加モデル

以上の3つのモデルから総合的な知見を獲得し、それに基づいて本 SEM を行うことが望ましい。適合度指標の観点からは多くの場合は追加モデルの適合度指標は他のモデルに比べて劣化する。しかし、情報量が多いので、多少の劣化であるならば追加モデルから情報を獲得することは有用である。

11. おわりに

本研究は最初に因果分析における「触媒としての主成分」と「影の主演としての因子」について議論した。主成分には手を打たない（手が打てない）ために主成分は主成分分析の場合と異なりこれは必ずしも読み解かなければならないものではない。しかし、手を打つべき因子に関しては正確に読み解かなければならない。単なる因果関係の考察ならば因子を適当に読み解いてもそれなりに説明らしきものはできるが、CSを本当に高めるためには正確に読み解いた因子に手を打たなければならない。

本研究は次に、選抜型両側因果分析で主要原因項目や因子を特定した後に準SEM（拡張両側因果分析）を行うと有用な知見を手に入れられることができるということを強調した。本研究はこのアプローチについて議論を行うことによりその具体的な方法を提案した。なお、提案方法を実際に用いた事例研究としてはDSJ2021での事例研究（川崎、高橋）^[7] および佐村、山内^[8]があるのでこれを参照されたい。

準SEMにより得られる知見は因果構造をより広くかつ深く理解するために有用でかつ価値のあるものである。しかし、できれば準SEMの過程で得た情報をベースとしてその後本SEMに挑戦することを推奨する。SEMを成功させるにはパス図が決め手となる。このパス図を作る前にGMや探索的因子分析で様子を見ることは有用であるが、これと同時に準SEMを活用することが重要であることを強調したい。

参考文献

- [1] 川崎昌, 高橋武則 (2017). インターネット調査における多群質問項目の解析と提案. 情報システム学会誌, Vol.12 No.2, 1-16.
- [2] 川崎昌, 高橋武則 (2019). オンラインによる調査と実験. 目白大学経営学研究, (17), 35-47.
- [3] 川崎昌, 高橋武則(2021):”就労者調査における両側因果分析の適用“, JSQC 第 125 回研究発表会抄録集, pp.143-146.
- [4] 川崎昌, 高橋武則(2021):” 就労調査における両側因果分析から SEM へのアプローチ“, JSQC 第 126 回研究発表会抄録集, 印刷中.
- [5] Kawasaki, S. and Takahashi, T.(2021): Application of selective dual-sided causal analysis and structural equation modeling in online survey, *Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2021 in Singapore*, pp.1-17.
- [6] 川崎昌, 高橋武則 (2021). 就労者調査における両側因果分析の適用. 日本品質管理学会第 125 回研究発表会抄録集, 147-150.
- [7] 川崎昌, 高橋武則 (2021). 選抜型両側因果分析で得た結果にもとづく構造方程式モデリングへの接近. Discovery Summit Japan 2021, Session ID: 2021-JA-50MP-23, 1-15.
- [8] 佐村紫帆, 山内慶太(2021). 初診患者満足度の因果構造を俯瞰的に把握する解析～脳神経クリニックにおける適用事例～, Discovery Summit Japan 2021, Session ID: 2021-JA--25MP-08, 1-15.
- [9] 高橋武則(2020):”質問数の多いアンケート調査のための両側因果分析“, SAS Discovery Summit Japan 2020, pp.1-14.
- [10] 高橋武則(2020):”説明変数間の相関が高い場合の両側因果分析とその反転分析,JSQC 第 50 回年次大会研究発表会要旨集,pp.207-210

- [11] 高橋武則(2021):” 説明変数間の相関が高い場合の両側因果分析とその反転分析“, JSQC 第 125 回研究発表会抄録集,pp.147-150.
- [12] 高橋武則 (2021). 因果分析における局地図としての選抜型両側因果分析による構造模型図. 日本品質管理学会第 125 回研究発表会抄録集, 143-146.
- [13] 高橋武則 (2021). 満足度調査の因果分析における触媒としての主成分と影の主役としての因子. 日本品質管理学会第 126 回研究発表会抄録集, 41-44.
- [14] 高橋武則, 川崎昌. (2019). アンケートによる調査と仮想実験 - 顧客満足度の把握と向上 -, 日科技連出版社
- [15] 高橋武則 (2021). 選抜型両側因果分析から反転因果分析への進展. Discovery Summit Japan 2021, Session ID: 2021-JA-50MP-21, 1-20.
- [16] Takahashi, T. (2021): Dual -sided Causal Analysis and Structural Equation Modeling - Principal Component as a Catalyst in Causal Analysis - *Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2021 in Singapore*, pp.1-13.
- [17] 宮川雅巳 (1997). グラフィカルモデリング, 朝倉書店.

複合型超設計の理論と応用

高橋武則

Takenori TAKAHASHI

【要旨】

複合とは異なる複数ものを組合わせて一つにすることである。設計対象の関数的な構造が複雑な場合には低次の関数による近似が困難になる。このような場合にはいくつかの方法を組合わせて用いることで対応することになる。超設計において複数の方法を組合わせて用いる設計アプローチを複合型超設計と呼ぶ。

超設計は超構造関数に基づく解析的で汎用的な設計である。しかし、本研究はこの解析性を更に高めるとともに汎用性を更に広げるために二つの拡張を行う。一つは対象とする全区間に対して一つの関数を近似するのではなくて全区間から必要な部分（必要な区間）だけを抜粋して近似を行って用いる抜粋超設計である。これにより全体としては関数近似が難しい形状の場合でも十分に近似精度を高めることができる。もう一つは代入関数（超構造関数に超因子の値を代入した関数）を列方向関数（超因子の水準ごとに設計因子の関数として推定したモデル）として用いることで実行する代入型の多頭設計である。これにより多パラメータの間のトレードオフの問題を解決することができる。そして、両者を併用するのが複合型超設計である。このことにより設計の解析性と汎用性が大いに向上する。特に有効なのは両者を併用した上で実施する複合型の頑健設計である。

本研究は抜粋超設計と多頭頑健設計および両者を併用する複合型超設計の理論とその応用について提案する。そして複合型超設計のアプローチを実事例のデータに適用してその有用性を明らかにする。

【キーワード】 超設計, 超因子, 超構造関数, 関数近似, 抜粋関数, 行方向関数, 列方向関数, 代入関数, 頑健設計, 合成関数, 多重合成関数

1. はじめに

超構造関数は直積実験のデータを超因子（特別に指定した設計因子）の多項式として二重推定構造の関数である。これを用いることで関数の極値（極大値, 極小値）や変曲点を活用する高度に解析的な設計が可能となる。そのことによるメリットは極めて大きい、しかしながら、関数の近似度が十分高くない場合にはなまじ中途半端な関数化することが逆に設計にリスクを生じることになる。この場合に、必要な極値や変曲点の近辺を抜粋してそれらの超構造関数を組合わせて用いれば十分に高い近似度での設計が可能になる。これが第一の提案の抜粋超設計である。

高橋武則 (Takenori TAKAHASHI) 慶應義塾大学大学院

超構造関数の近似度が高い場合でも、パラメータが多数になった場合には最適化においてパラメータ間のトレードオフの問題が生じる。パラメータの多い頑健設計の場合には全てのパラメータを同時に頑健にすることはできないし、目標（目標値、目標関数）が与えられた場合に全てのパラメータを同時に目標に近づけることはできないからである。更に困難なのは頑健にするとともに目標に近づけるという両方を考慮した設計の場合は輻輳した多重のトレードオフの問題を生じる。これに対しては超因子の各点ごとの関数である列方向関数を活用することが有効である。

超構造関数は実験条件（ランとも呼ばれる）ごとの行方向関数に基づくものである。一方、列方向関数は行方向関数に拠らないので function-free の（関数に依存しない）方法であるために汎用的でありかつリスクのない方法である。しかし、行方向関数が精度よく推定できる場合にはその情報を使わないのはもったいない。行方向関数の推定精度がよい場合には、超構造関数をモデル化した後に、超因子に水準値を代入することで精度の良い列方向関数を手に入れることができる。これを代入関数と呼ぶ。代入関数と列方向関数は推定方法が異なるだけで本質的には同じものであるため両者を混合して（ミックスして）利用できる。柔軟で汎用的なアプローチが可能である。しかも、代入関数として列方向関数にした時点で行方向関数とは切り離せるのでパラメータの制約からは解放される。このことは頑健設計における多パラメータのトレードオフ問題を回避することができほとんどのケースの頑健設計を扱うことが可能になる。列方向関数を用いた頑健設計を頭頑健設計と呼ぶ。そして、列方向関数と代入関数を混合して行う複合型頑健設計が第二の提案である。

以上の二つ設計法を提案するとともにそれらを複合した複合超設計という設計法を提案する。そのうえでこの設計法を実事例「押しボタンスイッチ」のデータに適用して具体的なアプローチ方法を示すとともにこの設計法の有用性を明らかにする。

2. 簡単な例による超設計の数理的構造の本質

本章では本研究の根本である超設計についてその数理的な本質を簡潔に説明する、このことで次章以降の展開を容易にする。この説明のためにコンパクトな易しい事例である飛球シミュレーターを紹介する。

2.1 取り上げる飛球シミュレーターの条件と設計のポイント

飛球シミュレーターとは SAS 社で開発された教育用の仮想教材（シミュレーター）である。その概要を図 1 に示している。十数個のパラメータをセットしたもとの大小重軽の様々な球を斜方投射するというものである。これはコンピュータープログラムで用意されたシミュレーターであるが、実際の斜方投射の物理的な条件と状況を高いレベルでシミュレートしている。しかし、ここでは超設計の本質を簡単な場合で説明を行うために、敢えて以下の条件の飛球シミュレーターの簡単な場合を取り上げる。

(1) 設計因子は 2 つ

X_1 引き量, X_2 バネ（バネの本数）

(2) 入力因子（超因子）は 1 つ

M 角度

(3) 設計のポイント

- ①12m から 14m の距離は M 角度によって自由に実現できること.
- ②X₂バネはできるだけ少ないこと.
- ③可能な実現範囲は広いことが望ましいこと.

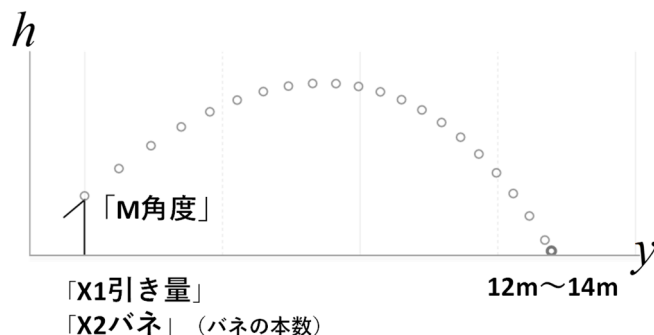
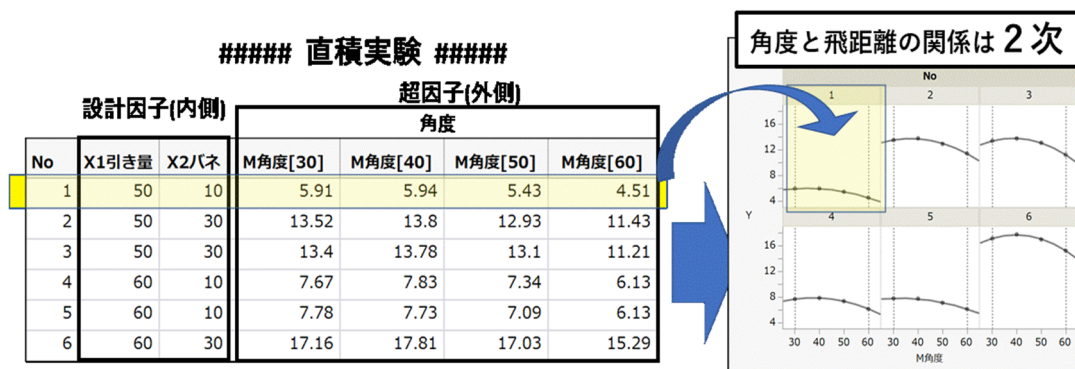


図1 2 因子の実験の概要

2.2 直積実験とその結果

図2は直積実験とその結果データおよびデータをグラフ化したものを示している。この場合の飛球実験の前提条件は球は小さめかつ重めで風力 1.0 (微風) 状態のため比較的理想的状態に近い条件で飛球を行っている。なお、実験数は6という小さなサイズにおさえられているのは超設計の数理的な構造をコンパクトに示して分かり易くするためである。



(1) 直積実験の計画と実験データ

(2) ランごとの行方向関数のグラフ

図2 直積実験とその結果およびグラフ (球は小さめかつ重めで無風状態で飛球)

2.3 係数関数 (回帰係数の推定式)

取り上げているケースは超因子に関して2次の構造の超構造関数である。このために式表現は中心化変換の式になっていることに注意されたい。その理由は以下のとおりである。

- *単なる切片は意味がない。これは角度が0の場合で、そのような打ち方はしないし、その場合は空中を飛ばないで地面を転がることになり状況(物理的な状況)が全く異なるからである。

* 係数の値を読み解く場合に以下の点で望ましい。

- ・ 中心化切片（中心化のもとでの切片）は平均値なので、飛距離はこの値を中心値とするので分かり易いし設計の際にこれを定式化に取りあげることができる。
- ・ 2次項があるので中心化変換表現ではなく展開した表現にすると2次項の中の1次項の部分が1次項に合算されるために1次項の係数の意味が混乱して読み取ることができなくなる。

なお、係数関数については中心化変換の式は複雑になるので展開して簡単な式表現にしている。係数関数に関しては設計時に単なる数式として扱うので簡潔に表現しても問題はない。しかしながら、もし関数式の意味を読み解くという場合には、積項があるので中心化変換の式を用いるべきである。

実験は球が小さめかつ重めのものを無風状態で飛球しているので、図2の中の(2)ランごとの行方向関数のグラフ（データと推定された2次関数）で明らかのように見事に放物線（上に凸の2次曲線）を描いており、点（実験結果）をグラフ（推定結果）がよく整合していることが分かる。

一方、図3の右上には偏回帰係数（中心化変換のもとでの2次モデル回帰分析の推定結果）ごとの係数関数が示されているとともに、この推定された係数に対して列方向に実験と見て推定した係数関数が図3の左下に示されている。そして、係数関数を用いて推定した係数の値が図3の右下に示されている。これらの両者を突き合わせると明らかに分かるように、係数関数で各係数の予測値を計算するとそれは実測値とよく整合している。

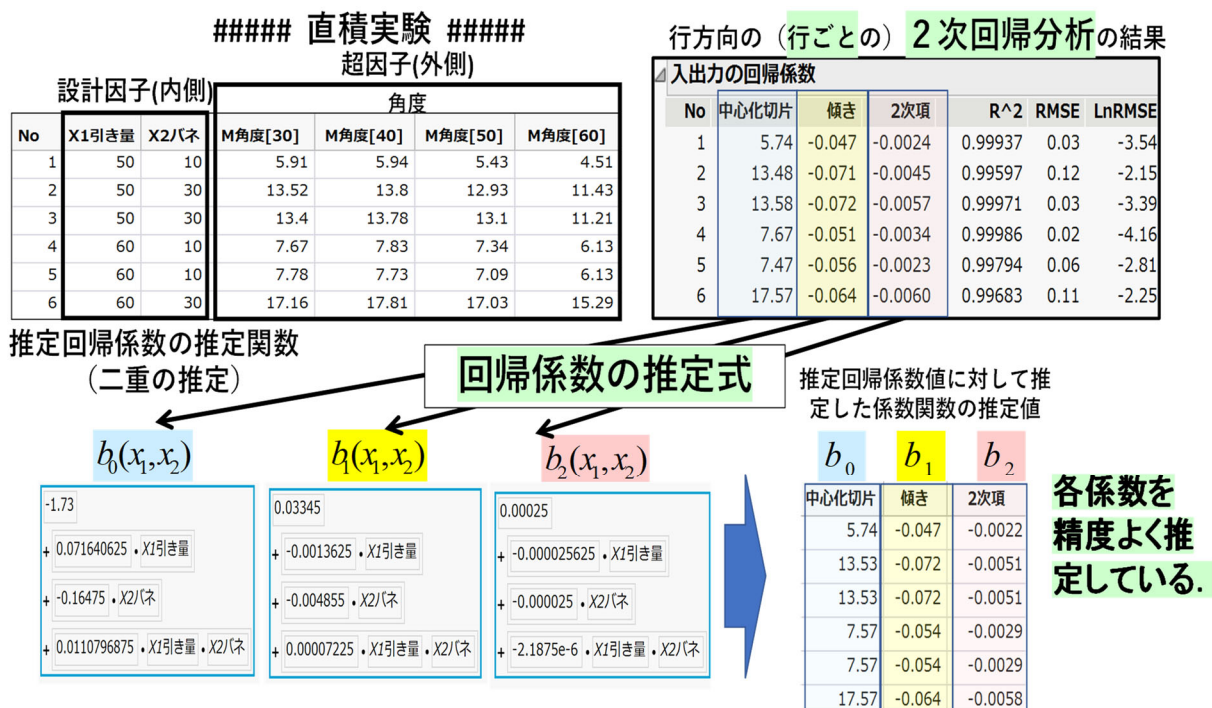


図3 直積実験と推定偏回帰係数および係数関数

2.4 超構造関数（中心化変換のもとでの表記）

図4の下の部分には超構造関数の構造が示されている。ただし、超因子Mに関しては中心化変換（M

—平均=M-45) を施していることに注意されたい。

ここで言いたいことは、超構造関数は以下に示すような二重構造の関数であるということである。

* 先ずランごとに行方向で超因子 (M 角度) の 2 次関数となっている。

* この偏回帰係数 (中心化切片, 傾き (1 次項の係数), 2 次項の係数) の推定値は縦方向で設計因子 (X₁ 引き量, X₂ バネ) の関数 (係数関数) になっている。

※ 引き量は実数である。バネはその構造によっては整数でなければならない場合もあるし実数でも扱える場合もある。ここでは話を簡単にするためにバネは実数で設計できるものとする。

この二重構造の関数である超構造関数を用いると実験におけるすべての場合の値を推定することができる。ということは、この超構造関数を用いれば様々な設計および高度な設計を行うことが可能になるのである。

【注】 ここでの超構造関数の式表現では超因子に関して中心化変換で表現する。その理由は、設計結果における各係数値の意味の解釈を正しく行うことができるからである。

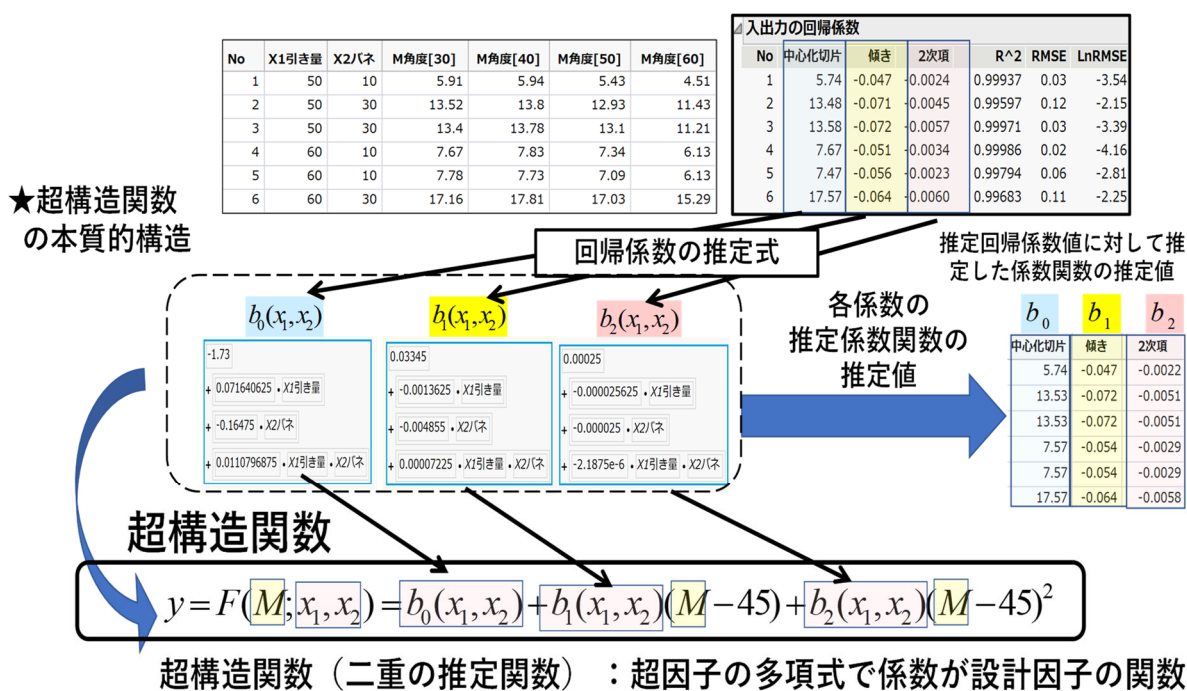


図4 超構造関数の数理的構造

2.5 超構造関数 (関数の表記は中心化変換の式を展開したもとの表記としている)

超構造関数の構造の本質を簡潔な関数表現でより分かり易くするために超因子に関して展開を行った式を用いる。この展開式表現はあくまでも超構造関数の本質的構造を簡潔に示すためのものであることに注意されたい。本来の中心化変換は以下の目的のもとで行われるものであり、もしも中心化変換をしないとその下に書いてあるリスクを生じる。

*項の間の相関の問題を回避する.

1次項と積項と2次項は強い相関を有するために変数選択で誤るリスクがある.

*係数の意味を正しく評価する.

係数の符号が逆になるとか、符号は正しくても数値が変形するリスクがある.

ただし、設計の段階でyに注目するのであれば中心化変換の式を展開して簡単な式にしたものの方が扱い易い。しかし、切片(定数項)、傾き(1次項の係数)、2次項の係数を扱う場合には展開した式を用いるのは問題で、この場合には中心化変換の式を用いるべきである。ここでは超構造関数の本質的な意味を簡単に説明するために展開式の表現を用いる。そのために、超構造関数の係数の記号が図4では小文字b(b₀, b₁, b₂)を用いているが、図5では大文字B(B₀, B₁, B₂)に変更している。そして、設計因子が多変数の場合を意識して図4では2つの設計因子を明示しているが、図5ではベクトル表現を用いている。なお、設計因子が多変数になると多くの積項(交互作用)が無視できないこと、また水準幅を広く取った因子に関しては2次項も無視できないということに注意する必要がある。1次項のみ(主効果のみ)のモデルでの設計においては最適解の実現は極めて困難なものになる。

図5の下に表示している式により超構造関数の本質的特徴は以下のものであることが明らかである。

- *飛距離yは設計因子と超因子の2重構造関数である。
- *設計がなされると設計因子は定数となるのでその後は超因子の関数となる。
- *つまり実際の使用時は、与えられた設計因子の条件のもとで超因子を用いてyを制御する。
- *したがって、yから見たら設計因子の条件付きのもとでの超因子の関数ということができる。
- *このため、設計時には超構造関数を用いることで柔軟で、高度で、汎用的な設計が可能になる。この設計のことを超設計と呼ぶ。

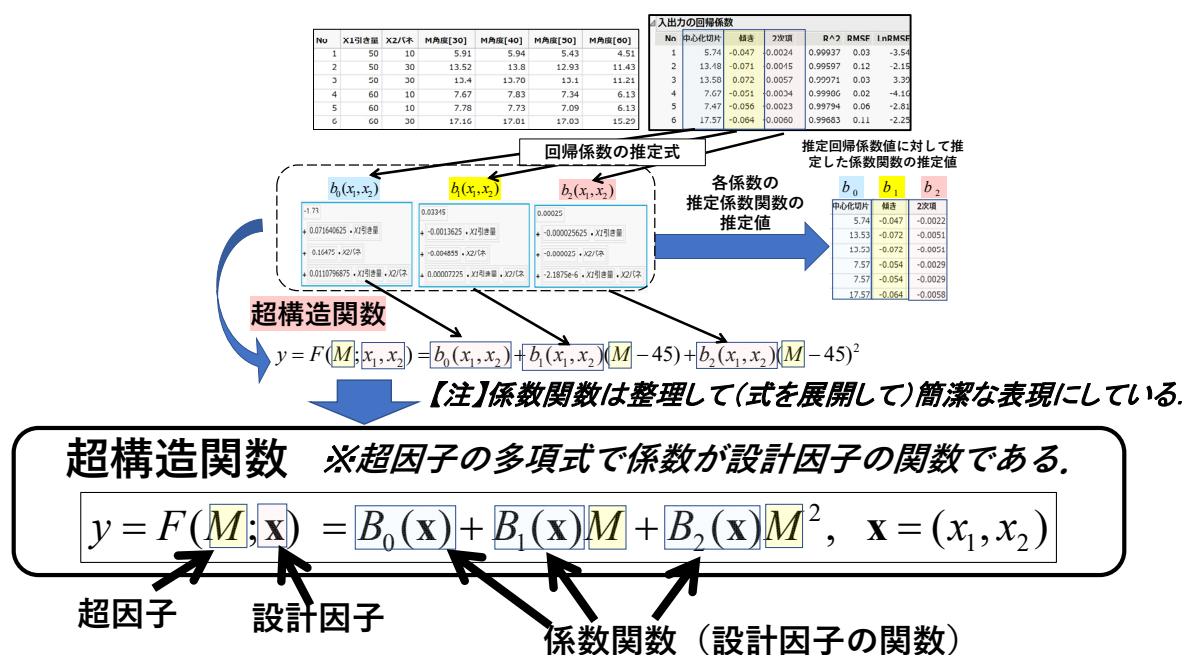


図5 整理した「超構造関数の数理的構造」

3. 簡単な例による超設計の設計事例の紹介

3.1 極大値の横軸の値と縦軸の値

取り上げた例の場合を用いて超設計の設計事例を紹介する。この例における2次の超構造関数は以下のものであるここでは中心化変換の表示で話を進める。

$$F(M; \mathbf{x}) = b_0(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x})(M - 45) + b_2(\mathbf{x})(M - 45)^2, \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2) \quad (1)$$

極大値をとる横軸の値は超構造関数を超因子で偏微分を行い、それを0とおいた方程式を解けば得られる。

$$\frac{\partial F(M; \mathbf{x})}{\partial M} = b_1(\mathbf{x}) + 2b_2(\mathbf{x})M - 90b_2(\mathbf{x}) = 0 \quad (2)$$

$$M_* = g(\mathbf{x}) = \frac{90b_2(\mathbf{x}) - b_1(\mathbf{x})}{2b_2(\mathbf{x})}$$

この値を超構造関数に代入すれば極大値（縦軸の値）が得られる。

$$F(M_*; \mathbf{x}) = F(g(\mathbf{x}); \mathbf{x})$$

なお、上記の表現は合成関数となっているが、これを展開すれば設計因子の関数が得られる。しかし、コンピュータで設計をする場合には合成関数で処理することができるので敢えて展開する必要はない。

3.2 この例における超設計のための要約関数（最大値、最小値、範囲、中点）

基本的な設計を紹介するために基本的に必要な要約関数（最大値、最小値、範囲、中点）を用意する。これらは本質的には要約統計量なのでその名称から要約関数と呼ぶ。

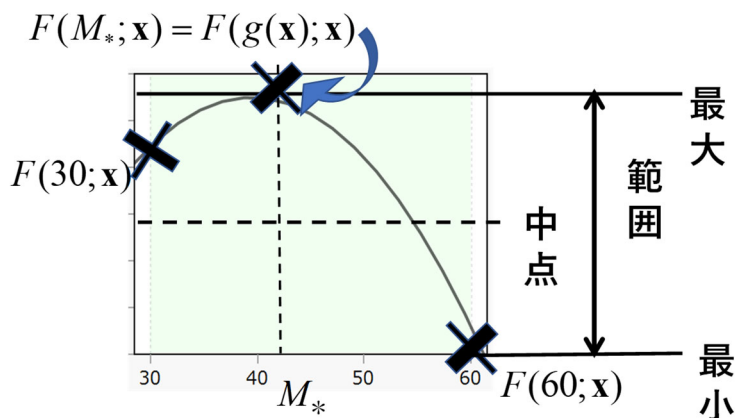


図6 最小、最大、範囲、中点の関数

最大と最小を下げすための最も基本的なものは以下の3つの関数である。

下端： $F(30; \mathbf{x})$

極大値： $F(M_*; \mathbf{x}) = F(g(\mathbf{x}); \mathbf{x})$

$$M_* = g(\mathbf{x}) = \frac{90b_2(\mathbf{x}) - b_1(\mathbf{x})}{2b_2(\mathbf{x})M} \quad (3)$$

上端： $F(60; \mathbf{x})$

一般論で言うと最大と最小の候補は以下の3つである。

下端：区間の下側の橋の点における超構造関数の値

上端：区間の上側の橋の点における超構造関数の値

極値：2次の場合は極大か極小を視野に入れる，3次の場合は極大と極小の両方を視野に入れる必要がある。

上記のうちのどれから最大となりどれかが最小となる。

そして，範囲と中点は最大と最小を用いて計算される。

範囲 = 最大 - 最小

中点 = (最小最大+) / 2

実際には以下の要約関数（合成関数）を用いる。これらの関数表記は後ほど統一した表記ルールに基づいて（従って）各要約関数の右の→の先に示している簡略表記を行う。なお，統一した表記ルールについては後ほど解説を行う。

$$\text{最大： } F_{Maximal}(\mathbf{x}) = \text{Max}\{F(g(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(30, \mathbf{x}), F(60, \mathbf{x})\} \rightarrow \text{Max} G(\mathbf{x})$$

$$\text{最小： } F_{Minimal}(\mathbf{x}) = \text{Min}\{F(g(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(30, \mathbf{x}), F(60, \mathbf{x})\} \rightarrow \text{Min} G(\mathbf{x})$$

$$\text{範囲： } F_{Range}(\mathbf{x}) = F_{Maximal}(\mathbf{x}) - F_{Minimal}(\mathbf{x}) \rightarrow \text{Ran} G(\mathbf{x})$$

$$\text{中点： } F_{Middle}(\mathbf{x}) = \{F_{Maximal}(\mathbf{x}) + F_{Minimal}(\mathbf{x})\} / 2 \rightarrow \text{Mid} G(\mathbf{x})$$

超設計の場合は超構造関数があるのでこのほかにも設計のための様々な合成関数を作成して用いることができる。ここでは最小限のものだけを紹介している。

3.3 超設計（超構造関数に基づく最適化）の本質的手順

すでに述べたように，超構造関数をもとにして設計に必要な様々な関数を作ることができる。それらを用いて定式化を行ったうえで最適化すれば最適解という形で設計を手にすることができる。ただし，たった一回だけの最適化で納得のいく解（最適解）が得られるわけではない。得られた解を吟味して，定式化を少し変えて解の改良を試みるということを何度も繰り返すことによって納得のいく解を得るのが設計の実態である。

実際に行う場合の超設計のアプローチには様々なタイプがあるが，本節では本質的な手順について簡単に紹介する。なお，具体的な最適化（設計）の中身については後の「スイッチの事例」で詳しく紹介する。

超設計の本質的な手順には4つのステージがあり，それらは以下ようになる。

(1) 様子見（設計の準備）

重要なものに関して単独の最大化と最小化を行って限界を把握する。

(2) 基本的な最適化（原則に基づく定式化）

重要な順番に必要な条件を制約条件にして確保し、
最後の順位のもを目的関数にする。

(3) 解き直し（解が受容れられない場合）

制約条件のうちの順位の低いものから譲歩して解き直す。
解の候補は複数用意する。

(4) 最終解の決定（候補解の中から選択）

良さそうな解（候補解）を総合的に比較してその中から最終的な解を選択

様子見をすることで限界を把握し、以後のステージをスムーズに進めることができる。すなわち、無理難題の条件の（限界越えの）定式化を避けることができ、様子が分かっているので定式化がスムーズに行え、得られた解の評価も妥当にでき、以後の条件の譲歩が合理的にできるので、様子見は必ず行うべきである。

基本的な最適化で重要なことは、設計で取り上げる条件に関して事前に優先順位をつけておくことである。そして、重要な順番で制約条件を付けて必要なレベルを確保する。目的関数は優先順位が一番低いものを用いることになる。その理由は次節で解説する。

何度も解き直し（解が受容れられない場合）が必要になることを覚悟しなければならない。たった一回だけの最適化で納得のいく解（最適解）が得られるということはほとんどない。得られた解を吟味して、定式化を少し変えて解の改良を試みるということを何度も繰り返すことによって納得のいく解を得るのが設計の実態である。解き直しを行う場合、制約条件のうちの順位の低いものから譲歩（条件の緩和）して解き直す。それでも解が受容れ難い場合にはどんどん譲歩を行わなければならない。譲歩は次第に優先順位の高いものへと移行する。この解き直しは流動的なもので、優先順位をベースにしながらも柔軟に対応する必要がある。そして、解の候補を複数用意することがポイントである。

最終解は複数の候補の総合的な比較で最も良いものを選択する。設計においては複数の視点が必要である。視点が異なれば定式化も異なり、そして得られた解の評価も異なる。したがって、複数の候補を用意し、総合的に比較することで門店を無くすとともに、関係者の合意を形成することが重要である。

3.4 目的関数と制約条件の関係

前節で、目的関数は最も優先順位の低いものを取り上げると述べている。しかし、目的関数が最も優遇されていると考える人が多いがそれは誤解である。最適化では目的関数を最適化するので、一見すると目的関数が最も優遇されているように見える。しかし、それはすべての制約条件が満たされたもとの話なので、制約条件がかなり厳しければ最適といってもたいした解にはならないのである。

* 重要なものは制約条件で確保する。

・様子見の情報があれば無理な条件付けが避けられるし譲歩も合理的にできる。

* 目的関数はお余りの中からの最適解を見つける基準であって優先順位は最も低い。

・ただし、制約条件が大いに譲歩してくれた場合には優遇されることになる。

- ・しかし、目的関数に自己主張はない。
※制約条件とは自己主張（「これだけは譲れない」）である。

3.5 2次と3次の超構造関数に基づく設計アプローチの数理的本質

超設計の特徴は超構造関数を用いるために高度に解析的な設計をおこなうことが可能であるということである。すでに2次の超構造関数の場合について紹介をしたが、本節では2次の場合と3次の場合を取り上げて体系的な説明を行う。超構造関数を用いて高度な解析処理をすると高度な設計が可能になり設計の可能性を大きく広げることができるのである。

3.5.1 高次の超構造関数の事例

実際に行う超設計においてはかなり高度で複雑な解析的設計を扱うことができる。超構造関数が2次や3次の関数になった場合には超構造関数の偏微分の活用が重要になる。ここではその基本的なアプローチを紹介する。

3.5.2 超構造関数が2次の場合

1) 頑健設計への応用

超構造関数は多変数関数を超因子 H （一般的な議論をするために H を用いる）に注目して構成した多項式なのでこれを H で偏微分することができる。

$$y = F(H; \mathbf{x}) = \lambda_0(\mathbf{x}) + \lambda_1(\mathbf{x})H + \lambda_2(\mathbf{x})H^2 \quad (4)$$

$$\partial y / \partial H = \partial F(H; \mathbf{x}) / \partial H = \lambda_1(\mathbf{x}) + 2\lambda_2(\mathbf{x})H \quad (5)$$

もし攪乱因子が量的なものであるならば、この H で偏微分した関数の絶対値を0に近付けば H の影響は減衰できる。ただし、この場合には H 自身もその水準が決定され、それは使用時・作業時の H の目標水準（この前後に H の値がばらつく）となる。これは非線形を応用した頑健設計であるが、この場合の H は直積実験で外側に割り付けることもできるし、内側に割り付けることもできる。実務的には、外側に割り付けたら外乱（攪乱因子）で内側に割り付けたら内乱（ばらつく設計因子）である。なお、内側に割り付けた場合には、外側に別に外乱としての攪乱因子を割り付けることも可能である。

なお、数理構造から明らかなように、超構造関数が1次式の場合あるいは質的な場合には設計因子がなければ H のばらつきの減衰はできない。1次式の変化率は一定で（偏微分すると定数となる）、変化を減衰することができないからである。しかしこの場合でも、攪乱因子の項の係数が設計因子の関数なので、それを0に近づけることのできるように設計因子の条件をうまく決めれば攪乱因子の影響は減衰することができるのである。ところが、超構造関数が攪乱因子に関して2次式の場合（3次式の場合も）には設計因子がなくても（設計因子を使わなくても） H のばらつきを減衰することができる。偏微分して0に近づけることで、変化率を弱くすることにより H のばらつきを減衰するわけである。そのうえで、使える設計因子があれば、設計因子による減衰も加わってかなりパワフルな減衰が可能になる。

2)最大, 最小, 範囲への応用

これは, すでに説明したことのまとめである. 2次関数の場合は極値が一つなのでこれを求めた上でその合成関数を用いて設計する. 例えば極値を含むある区間の中の最大や最小を求める場合には以下の合成関数(極値の横座標を p と表現)を用いればよい.

$$y = F(H; \mathbf{x}) = \lambda_0(\mathbf{x}) + \lambda_1(\mathbf{x})H + \lambda_2(\mathbf{x})H^2 \quad (6)$$

$$p = -\lambda_1 / (2\lambda_2), \quad p = p(\mathbf{x}), \lambda_1 = \lambda_1(\mathbf{x}), \lambda_2 = \lambda_2(\mathbf{x}) \quad (7)$$

範囲 $m_L \sim m_U$ での最大と最小は以下の合成関数となる.

$$y_{Max}(\mathbf{x}) = \text{Max}\{F(p(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(m_L; \mathbf{x}), F(m_U; \mathbf{x})\} \quad (8)$$

$$y_{Min}(\mathbf{x}) = \text{Min}\{F(p(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(m_L; \mathbf{x}), F(m_U; \mathbf{x})\}$$

$$y_{Ran}(\mathbf{x}) = y_{Max}(\mathbf{x}) - y_{Min}(\mathbf{x}) \quad (9)$$

両者の差は範囲であるがこれは区間全体におけるばらつきを意味し, これを小さくすることは一つのタイプの頑健設計である. 設計はこれらを用いて数理計画法で求解すればよい.

3.5.3 超構造関数が3次の場合

超構造関数が3次関数の場合もある. その場合には極大値, 極小値そして曲変点が設計の対象となる.

$$y = F(H; \mathbf{x}) = \lambda_0(\mathbf{x}) + \lambda_1(\mathbf{x})H + \lambda_2(\mathbf{x})H^2 + \lambda_3(\mathbf{x})H^3 \quad (10)$$

3次関数で2つの極値(極大点と極小点)がある場合においては, 各々の横座標は以下の式で与えられる. 添字のRは右側の値 P_R , 添字のLは左側の値 P_L を意味する. そして, それぞれはいずれも式(11)に示すように合成関数で, その実体は設計因子の関数である. 因みに変曲点は二種類の極値の中点(横座標も縦座標も共に中点)なので省略する.

$$p_R, p_L = (-\lambda_2 \pm \sqrt{\lambda_2^2 - 3\lambda_3\lambda_1}) / (3\lambda_3) \quad (11)$$

$$p_R = p_R(\mathbf{x}), p_L = p_L(\mathbf{x}), \lambda_1 = \lambda_1(\mathbf{x}), \lambda_2 = \lambda_2(\mathbf{x}), \lambda_3 = \lambda_3(\mathbf{x})$$

3次関数の設計では代表的なものに以下のものがある.

* 極値間左右差, * 極値間上下差, * 極値間勾配

これらは以下の多重合成関数として扱えばよい.

$$\text{極値間左右差: } p_U(\mathbf{x}) - p_L(\mathbf{x})$$

$$\text{極値間上下差: } F(p_U; \mathbf{x}) - F(p_L; \mathbf{x}) \quad (12)$$

$$\text{極値間勾配: } (F(p_U; \mathbf{x}) - F(p_L; \mathbf{x})) / (p_U(\mathbf{x}) - p_L(\mathbf{x}))$$

多重合成関数用いれば設計の可能性と幅を大きく広げることができるのである.

ただし, 区間が広くなるとそこには極大値と極小値が存在していても区間全体を一つの3次関数で十分に近似できるとは限らない. むしろ現実の問題では区間全体を一つの3次関数で十分に近似できないという場合の方が多い. その場合にはどう対応すべきかについて次章以降で説明する.

4. 行方向関数と列方向関数という概念の導入

次章では近年取り上げられることが多くなってきた「超因子が入力因子Mと攪乱因子Zの場合の頑健設

計」を取り上げる。しかし、高度で汎用性のある設計法を提案するので、そのための準備を行う必要がある。本章では行方向関数と列方向関数という概念の導入を行う。この概念に焦点を絞って分かり易く説明するために超因子が入力因子Mだけの場合を取り上げる。なお、具体的な直積実験表や数式を用いた説明については次章でしっかりと説明することにして、本章では文章表現を用いて概念の説明を行う。

4.1 行方向関数と列方向関数とは

直積実験は内側計画と外側計画の積の構造の実験である。したがって、直積実験のデータから以下のよ
うに2つの方向で関数を推定することができる。

* 列方向関数：これは母平均の多変数関数である。

- ・列方向に母平均の推定を行う。

* 行方向関数：これは入出力の回帰関数である。

- ・この推定で得られた係数を用いて係数関数が推定できる。

※係数関数は推定係数の列方向関数である。

- ・推定された係数関数で超構造関数がモデル化できる。

- ・超構造関数にMの値を代入して列方向関数とすることができる。

※代入関数は本来の列方向関数とミックスして用いることができる。

4.2 行方向関数→超構造関数→代入関数(=列方向関数)

列方向関数を行方向関数からスタートして作成するアプローチを以下に示す。この列関数は、入出力が
高次関数（偏回帰係数の多い関数）の場合の頑健設計において重要な役割を担うものである。

- ①行ごとに行方向関数を求めて必要な係数を推定
- ②推定係数ごとに列方向関数（係数関数）を推定
- ③係数関数を用いて超構造関数を作成
- ④超構造関数にMの水準値を代入して列方向関数を作成

4.3 高次関数のもとでの設計における多パラメータのトレードオフ

高次関数は係数(パラメータ)が多いために係数レベルでの頑健設計は多数の係数間の輻輳したト
レードオフを生じるために困難である。この場合に対しては、最適化の段階では係数(パラメータ)を扱う
のではなくて次章以降で示す様に代入関数と列方向関数をミックスして用いると合理的に頑健設計を行う
ことができる。

第5章と第6章では行方向関数をベースにした超構造関数とそれより作成する代入関数としての列方向
関数について議論する。なお、直接的に列方向関数を求めるアプローチとしての多頭法については第7章
で取り上げる。

5. 超因子として入力因子M (2次) と攪乱因子Z (w水準) の場合の頑健設計

本章では非線形関数の最も低い次数である2次の場合を取り上げて議論することで次章で議論する高次
式(q次式)の場合の準備を行う。このもとで攪乱因子の水準がp水準の場合の頑健設計を取り上げる。
なお、攪乱因子の水準数はwである。ここでは議論を明快にするために表と数式を用いる。

5.1 直積実験データと列方向関数および行方向関数

本研究は行方向関数が一般的な高次の場合や関数近似が困難な形態の入出力の頑健設計を対象としている。しかし、具体的に議論するために以下のケースを取り上げる。

- * 行方向関数の次数は2 (2次関数の場合, 易しく説明するための次数)
- * 攪乱因子Zの水準数はw水準
- * 入力因子Mの点の数はp点
- * 実験は直積実験

表1 攪乱因子 (全部でk水準) の第i水準における直積実験

	Mの水準			係数の推定値		
	M_1	M_2	$\dots M_p$	b_0	b_1	b_2
内側計画	データ ${}_i y_j$			行方向関数の 係数の推定値 ${}_i y_j = {}_i b_{0j} + {}_i b_{1j} M + {}_i b_{2j} M^2$		
推定された 列方向関数	${}_i f_1(\mathbf{x}) \quad {}_i f_2(\mathbf{x}) \cdots {}_i f_p(\mathbf{x})$			${}_i b_0(\mathbf{x}) \quad {}_i b_1(\mathbf{x}) \quad {}_i b_2(\mathbf{x})$		



$${}_i F(M; \mathbf{x}) = {}_i b_0(\mathbf{x}) + {}_i b_1(\mathbf{x})M + {}_i b_2(\mathbf{x})M^2$$

表1は攪乱因子(全部でw水準)の第i水準における直積実験の構造を示している。この構造の中身は以下の通りである。

* 第k番目の列方向関数 (設計因子の関数) ${}_i f_k(\mathbf{x})$

- ・これは攪乱因子が第i水準のもとでの直積実験における第k番目の列方向関数の推定関数である。
- ・内側計画 (設計因子に関する実験計画) は直交計画が望ましく, 原則として積項(交互作用)は取り上げ, もし水準幅が広い場合には2次項も取り上げることが望ましい(安全である)。

* 行方向関数 (入出力の関数) ${}_i g_j(\mathbf{x}) = {}_i b_{0j} + {}_i b_{1j} M + {}_i b_{2j} M^2$

- ・これは攪乱因子が第i水準のもとでの直積実験における第j番目の行の推定関数である。
- ・この後で各偏回帰係数の推定値を用いて設計因子を説明変数とした係数関数が推定され, それを用いて超構造関数がモデル化される。

* 係数関数（推定係数の列方向関数） ${}_i b_0(\mathbf{x}), {}_i b_1(\mathbf{x}), {}_i b_2(\mathbf{x})$

- ・それぞれの関数は攪乱因子が第 i 水準のもとでの直積実験で得られた各々の偏回帰係数の推定関数である。
- ・これらの係数関数は二重の推定（推定係数の推定関数）によりモデル化されたものである。
- ・これらの推定された係数関数を用いて超構造関数がモデル化される。

* 超構造関数（二重構造の関数） ${}_i F(M; \mathbf{x}) = {}_i b_0(\mathbf{x}) + {}_i b_1(\mathbf{x})M + {}_i b_2(\mathbf{x})M^2$

- ・これは攪乱因子が第 i 水準における超構造関数である。
- ・この超構造関数は二重構造の推定による係数関数を係数としてモデル化された多項式である。
- ・特性（結果） y に関して設計する場合には中心化変換をしてもしなくてもよい。しかしながら、もし係数関数を用いて設計を行う場合には中心化変換のもとでの係数関数を用いなければならない。

* 代入関数（超構造関数に超因子の水準値を代入） ${}_i F(M_k; \mathbf{x}) = {}_i f_k(\mathbf{x})$

- ・これは攪乱因子が第 i 水準における超構造関数に水準値 M_k を代入したものである。もし超因子の水準値を明示したければ左辺の大文字による関数の表記を用い、簡潔に表現をしたければ右辺の小文字による関数表記を用いればよい。
- ・これは列方向関数として用いることができる。ただし、代入関数と列方向関数はその意味するところは同じであるが推定方法が異なる。したがって、同じデータ表（直積実験の表）から求めた場合でも代入関数と列方向関数は関数自体として似たものになるが多くの場合は微妙に異なる。行方向関数の近似精度が高ければ代入関数が望ましいのでこちらを用い、行方向関数の近似精度が低ければ代入関数はリスクを抱えるので列方向関数を用いるのがよい。

5.2 超構造関数のモデル化と代入関数の作成

本章では説明をコンパクトにするために、高次関数の最もシンプルな場合として2次関数の場合を取り上げて超構造関数のモデル化と代入関数の作成方法を紹介する。このモデル化アプローチの概要はすでに説明したが、ここでもう一度きちんと説明する。それは以下に示すアプローチによって推定される。

最終的に求める攪乱因子の第 i 水準での超構造関数は以下の構造のものである。

$${}_i F(M; \mathbf{x}) = {}_i b_0(\mathbf{x}) + {}_i b_1(\mathbf{x})M + {}_i b_2(\mathbf{x})M^2 \quad (13)$$

これを作成するために用いるデータは表1に示している直積実験で得られたものである。このデータは列方向には内側計画の実験が多数ととらえることができ、行方向には外側計画の実験が多数ある（列の数だけある）ととらえることができる。そして、行方向の実験は超因子に関する回帰実験が多数ある（列の数だけある）ととらえることができる。このとき、まずは行方向に見て行方向関数（回帰式）とらえ、その偏回帰係数を推定しそれらを並べると推定回帰係数の行列ができ上がる。この推定回帰係数の行列を列方向に見て列方向関数を推定すればそれが係数関数のモデル化である。このアプローチが以下の①、②、③であ

る。

①行方向関数（2次関数）の係数の推定値を求める。

攪乱因子の第 i 水準の第 j 行における推定式

$${}_i y_j = {}_i b_{0j} + {}_i b_{1j} M + {}_i b_{2j} M^2 \quad (14)$$

②各項の推定値をデータとし列方向で推定式を求める。

切片の推定式: ${}_i b_0(\mathbf{x})$

1次の係数の推定式: ${}_i b_1(\mathbf{x})$

2次の係数の推定式: ${}_i b_2(\mathbf{x})$

各偏回帰係数の係数関数のモデル化ができればこれを係数として用いて超因子の多項式を作成することで超構造関数がモデル化できる。

③係数の推定式を用いて超構造関数を作成(組立)する。

$${}_i F(M; \mathbf{x}) = {}_i b_0(\mathbf{x}) + {}_i b_1(\mathbf{x})M + {}_i b_2(\mathbf{x})M^2$$

超構造関数の超因子に超因子の水準値を代入すると代入関数ができる。

④列方向関数を代入関数（超構造関数に超因子に具体的な値を代入した関数）として求める。関数の表記を超因子なしの右側の表現にすることもできるが、代入した値を明示したい場合には左側の表記を用いるとよい。

$$\begin{aligned} {}_i F(M_1; \mathbf{x}) &\rightarrow {}_i f_1(\mathbf{x}) \\ {}_i F(M_2; \mathbf{x}) &\rightarrow {}_i f_2(\mathbf{x}) \\ &\vdots \\ {}_i F(M_p; \mathbf{x}) &\rightarrow {}_i f_p(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

代入関数を列関数と見なして超因子の水準値ごとに要約関数という合成関数を作成する。このときの意味(加工法)は左上(左肩)の位置に添字として表記する。

⑤列方向関数(代入関数)の要約関数(最大, 最小, 範囲, 平均)

$$\begin{aligned} {}^{Max} G(M_j; \mathbf{x}) &= \text{Max}\{{}_i f_1(\mathbf{x}), \dots, {}_i f_p(\mathbf{x})\} \\ {}^{Min} G(M_j; \mathbf{x}) &= \text{Min}\{{}_i f_1(\mathbf{x}), \dots, {}_i f_p(\mathbf{x})\} \\ {}^{Ran} G(M_j; \mathbf{x}) &= {}^{Max} G(M_j; \mathbf{x}) - {}^{Min} G(M_j; \mathbf{x}) \\ {}^{Ave} G(M_j; \mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^p {}_i f_j(\mathbf{x}) / p \end{aligned} \quad (15)$$

要約関数を加工する(さらに上位の合成関数を作成する)ことで設計の定式化に必要な関数を準備することができる。この場合の意味(更なる上位の加工法)は真上(直上)の位置に添字として表記する。

⑥最大乖離関数(最大範囲関数): これを小さくすることが乖離の減衰である。

$${}^{Ran} \overset{Max}{A}(\mathbf{x}) = \text{Max}\{{}^{Ran} G(M_1; \mathbf{x}), \dots, {}^{Ran} G(M_p; \mathbf{x})\} \quad (16)$$

⑦各水準における平均の関数に関する全体の中の最大と最小および全水準の平均

$$\begin{aligned}
 \text{Ave } G(M_j; \mathbf{x}) &= \sum_{k=1}^w f_k(\mathbf{x}) / w \\
 \rightarrow \text{Gap } K(M_j; \mathbf{x}) &= \left| \text{Ave } G(M_j; \mathbf{x}) - T_j \right| \\
 \text{Ave } \overset{\text{Max}}{A}(\mathbf{x}) &= \text{Max}\{\text{Ave } G(M_1; \mathbf{x}), \dots, \text{Ave } G(M_p; \mathbf{x})\} \\
 \text{Ave } \overset{\text{Min}}{A}(\mathbf{x}) &= \text{Min}\{\text{Ave } G(M_1; \mathbf{x}), \dots, \text{Ave } G(M_p; \mathbf{x})\} \\
 \text{Ave } \overset{\text{Ave}}{A}(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^k \text{Ave } G(M_i; \mathbf{x}) / k \\
 \text{Gap } \overset{\text{Max}}{A}(\mathbf{x}) &= \text{Max}\{\text{Gap } K(M_1; \mathbf{x}), \dots, \text{Gap } K(M_p; \mathbf{x})\}
 \end{aligned} \tag{17}$$

⑧Gap (目標値と平均の差の絶対値) : これを満たすことが目標の実現である.

$$\text{Gap } \overset{\text{Max}}{A}(\mathbf{x}) = \text{Max}\{\text{Gap } K(M_1; \mathbf{x}), \dots, \text{Gap } K(M_p; \mathbf{x})\}$$

⑨要求域の制約 (下限と上限に関する制約) : これを満たすことが要求域の実現である.

$$\text{Ave } \overset{\text{Min}}{A}(\mathbf{x}) \leq R_L, \quad \text{Ave } \overset{\text{Max}}{A}(\mathbf{x}) \geq R_U \tag{18}$$

また, 以下に示す様な上位合成関数を作成して用いると定式化のバリエーションがさらに豊富になる. ただし, これらの上位合成関数はあくまでも一例である.

⑩各点の最大最小値 (最小値の最大) : 要求域の下限に関するより厳密な条件が示せる.

$$\text{Min } \overset{\text{Max}}{A}(\mathbf{x}) = \text{Max}\{\text{Min } G(M_1; \mathbf{x}), \dots, \text{Min } G(M_p; \mathbf{x})\} \tag{19}$$

$$\text{Min } \overset{\text{Max}}{A}(\mathbf{x}) \leq R_L$$

【注】以前の平均が要求下限 R_L を割るという条件はやや緩い (甘い) 制約である.

⑪各点の最小最大値 (最大値の最小) : 要求域の上限に関するより厳密な条件が示せる.

$$\text{Max } \overset{\text{Min}}{A}(\mathbf{x}) = \text{Min}\{\text{Max } G(M_1; \mathbf{x}), \dots, \text{Max } G(M_p; \mathbf{x})\} \tag{20}$$

$$\text{Max } \overset{\text{Min}}{A}(\mathbf{x}) \geq R_U$$

【注】以前の平均が要求上限 R_U を超えるという条件はやや緩い (甘い) 制約である.

6. 超因子として入力因子M (q 次) と攪乱因子Z (w 水準) がある頑健設計

本章では一般的な高次の関数 (次数が q) の場合を取り上げて議論するとともに, 前章で行った説明を改めてきちんと整理して示す.

6.1 一般形の場合の列方向関数とその多重合成関数を用いた頑健設計の考え方

1) 攪乱因子の第 i 水準にのみ注目した場合

図7はw水準の攪乱因子の第i水準の直積表である。直積実験(外側はp水準の入力因子M)の構造を示すもので、これに基づいて行方向関数と列方向関数が定義される。列方向関数の場合は、いわゆる実験(各列が該当)をp個分集めたもので、列ごとに重回帰式を求めたものが列方向関数として示されている。なお、超構造関数を作成したうえでこれにMの水準値を代入した代入関数を列方向関数として使用する。

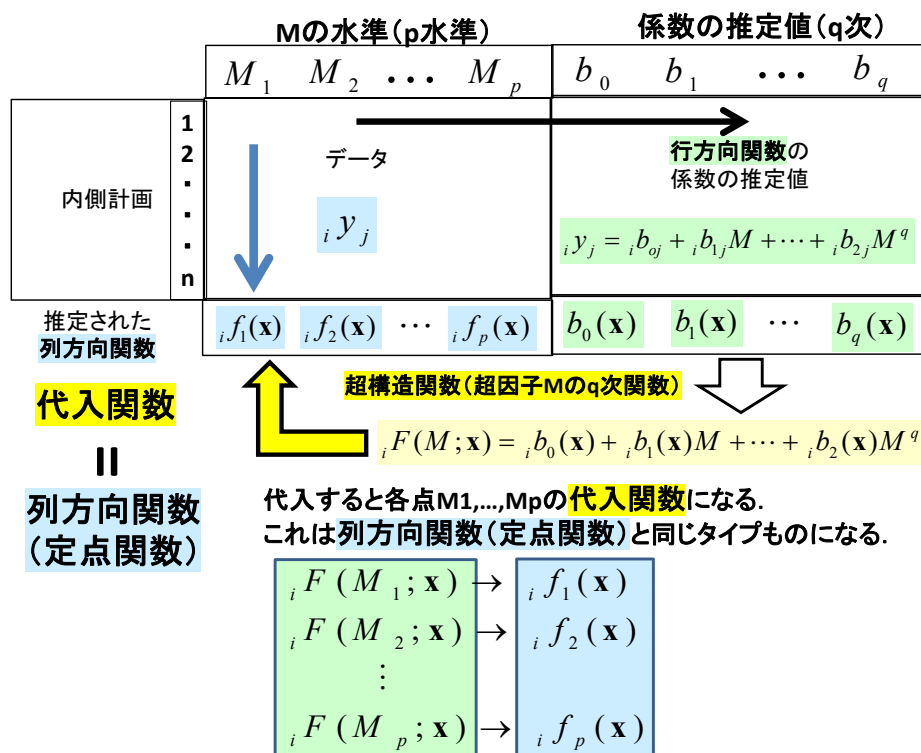


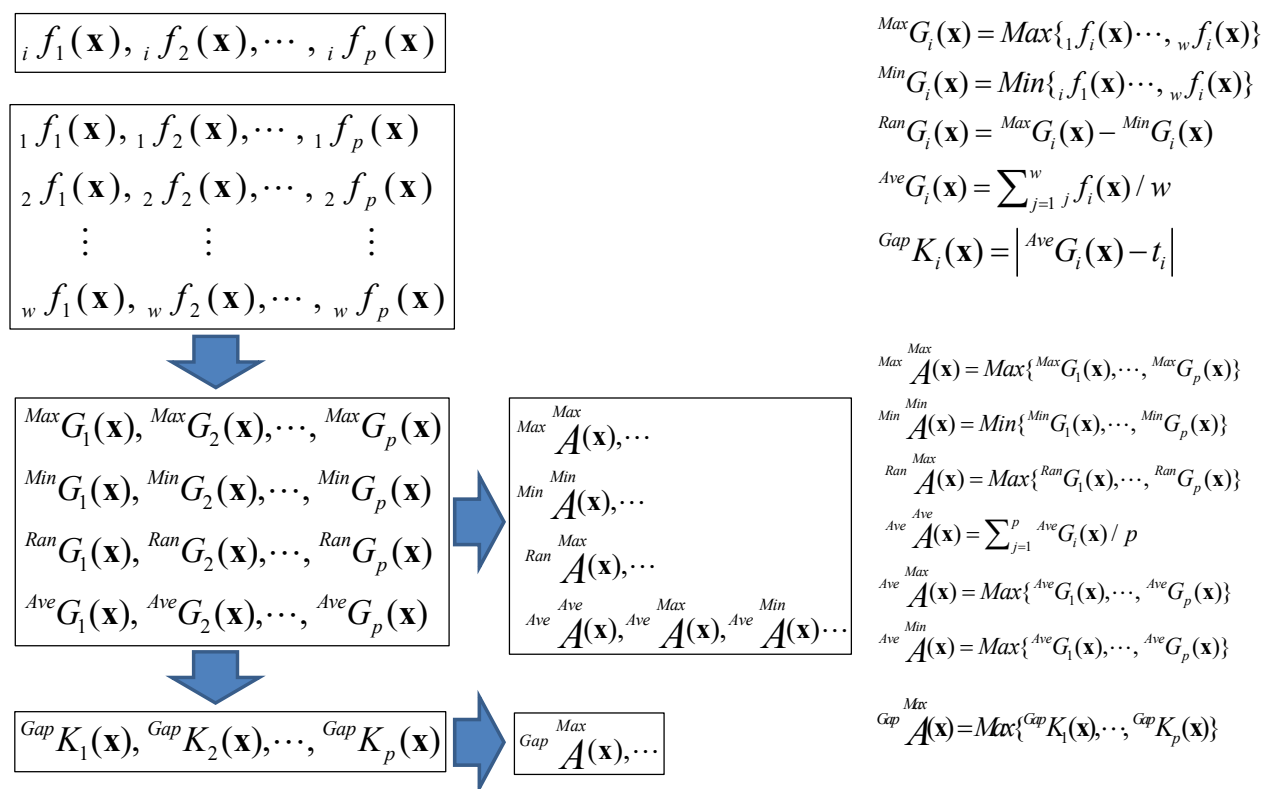
図7 攪乱因子第i水準の直積実験の構造及び列方向関数と行方向関数並びに超構造関数

2) 攪乱因子の全部の水準に関して要約統計量(最大, 最小, 範囲, 平均)を扱う場合

図8の左側の(1)は列方向関数の合成関数や多重合成関数の関係の構造を示している。そして、図8の右側の(2)は左側に登場する各種の合成関数や多重合成関数の定義(合成関数の作り方)を示している

なお、図8においては一望で全体の数理的な構造が分かるように表現を工夫している。しかし、そのためにスペースが十分でないので合成関数の表記を簡易化する。それは以下の表記ルールとなる。これはここだけの便宜的な表記である。

$$\begin{aligned}
 \text{Max} G(M_j; \mathbf{x}) &= \text{Max}\{i f_1(\mathbf{x}), \dots, i f_p(\mathbf{x})\} && \rightarrow \text{Max} G_j(\mathbf{x}) \\
 \text{Min} G(M_j; \mathbf{x}) &= \text{Min}\{i f_1(\mathbf{x}), \dots, i f_p(\mathbf{x})\} && \rightarrow \text{Min} G_j(\mathbf{x}) \\
 \text{Ran} G(M_j; \mathbf{x}) &= \text{Max} G(M_j; \mathbf{x}) - \text{Min} G(M_j; \mathbf{x}) && \rightarrow \text{Ran} G_j(\mathbf{x}) \\
 \text{Ave} G(M_j; \mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^p i f_j(\mathbf{x}) / p && \rightarrow \text{Ave} G_j(\mathbf{x})
 \end{aligned}$$



(1) 各種の関数および合成関数の関係の構造

(2) 各種の合成関数の定義

図8 直積実験の構造と列方向関数およびその合成関数

行方向関数は各行で入力変数Mを説明変数としたq次の高次回帰式として推定され、それをn個分集めたものである。したがって、行ごとに回帰パラメータが切片を含むq+1個推定される。これは縦方向に同じパラメータに関するサイズnの実験がq+1個行われたとみることができるために変則的な直積実験とみなすことができる。したがって各列の回帰係数(パラメータ)に関して列方向に係数関数(回帰係数の関数)を推定することができる。そして、この係数関数を用いて超構造関数を組立てることができるのである。超構造関数は直積表のyを高度に構造的な予測をすることができるパワフルな複合構造の関数である。

図7は水準数wの攪乱因子における第i水準の直積表を示しているが、これが全部でw個ある。そして、全体としては図7に示している各関数がw組推定される。図8はそれらw組の関数に対して先ず最大、最小、範囲、平均という合成関数(Gで表記している)を作成する。次に、作成した合成関数に関する最大、最小、範囲、平均という更に上位の合成関数(合成関数の合成関数:Aで表記している)を作成する過程を示している。図7と図8より、列方向関数と代入関数(列方向関数として使用)から多重構造の合成関数(合成関数の合成関数)を作ることを示している。このように必要な各種の合成関数を作成して定式化で用いると柔軟でパワフルな最適化(設計)が可能になるのである。

最適化(設計)にあたっては、上位の合成関数である「A表記の合成関数」のものを主として用いることになる。しかし、下位の合成関数である「G表記の合成関数」のものも利用可能であり、更には非合成関数(通常関数)である「f表記の関数」のものも利用可能である。これらを大いに活用することによ

って自由自在にパワフルな設計を行うことが可能になる。

また、「A表記の合成関数」や「G表記の合成関数」および「f 表記の関数」は定式化に用いなくても、解が得られた時点でその解のもとでそれぞれがどうなるのかの情報を把握することができる。これは視野の広い有用な固有技術的知見の獲得である。

以上で述べた各種の合成関数（低位の合成関数、高位の合成関数）はコンピュータを用いれば簡単に扱うことが可能である。

6.2 頑健設計のシナリオ（定式化）

6.2.1 RZ (Request Zoon: 要求域) とは

典型的な例を用いて超設計の本質を簡潔に説明する。具体的な顧客要求を扱わない研究・開発の段階はともかく、製造(量産)を視野に入れた設計の段階では具体的なRZを明確にしてこれを満たすことが必須である。そして、1次モデル(1次式)の場合のRZは図9のようになり、その意味は以下の4点で構成される矩形領域のことである。

左下(M_L, R_L), 左上(M_L, R_U), 右下(M_U, R_L), 右上(M_U, R_U)

図9は傾きが正の1次モデルの場合である。もし傾きが負の場合には1次式の線を右下がりに変更して同様に考えればよい。

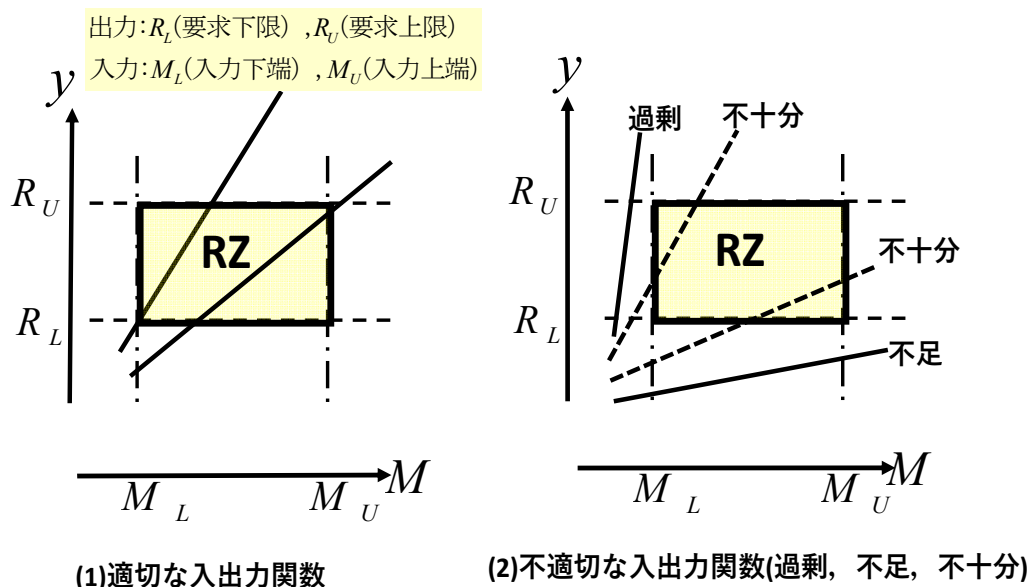


図9 RZ (request zoon:要求域) と傾きが正の1次モデルの場合

図9から明らかなように、RZを満たすかどうかについては範囲内での最大値と最小値に注目をすればよい。そして、1次モデルの場合は明快で区間の両端（下端と上端）に注目をするだけでよい。しかし、2次モデルや3次モデルの場合には話が複雑になる。

6.2.2 非線形モデル (2次モデルおよび3次モデル) の場合

前節で述べたように、超構造関数が1次モデルの場合には話は比較的簡単である。しかし、超構造関数が高次関数の場合や関数の形状が極めて複雑な場合にはそれなりのアプローチのためのロジックが必要である。本章では高次関数および複雑な関数の頑健設計に対して多重合成関数を用いた方法を提案している。

本節では2次モデルと3次モデルを取り上げて、非線形の場合のアプローチの概要を解説する。RZを満たすか満たさないかについて関わる点は両端での値と極値の値が問題となる。2次モデルでは2つの端点(下端点と上端点)での値と1つの極値(Extreme value: 極大値の場合と極小値の場合がある)の値が候補となり、3次モデルでは2つの端点(下端点と上端点)での値と2つの極値(左の極値と右の極値があり、一方が極大値で他方が極小値である)の値が候補となる。図#では極値に関しては2次モデルでは添字にEを示し、3次モデルでは2つの極値を区別するために左側にはLEの添字を、右側にはREの添字を示している。

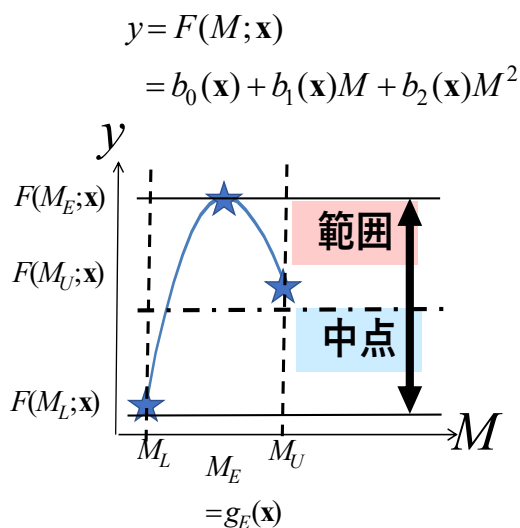
それぞれの候補は以下(1)~(3)のようにして求め、それらを用いて(4)を行う。

- (1) 超構造関数 $F(M; \mathbf{x})$ を作成する。
- (2) 超構造関数を超因子で偏微分して極値の横座標 (2次モデルでは M_E , 3次モデルでは M_{LE} と M_{RE}) を求める。極値の横座標は関数である。

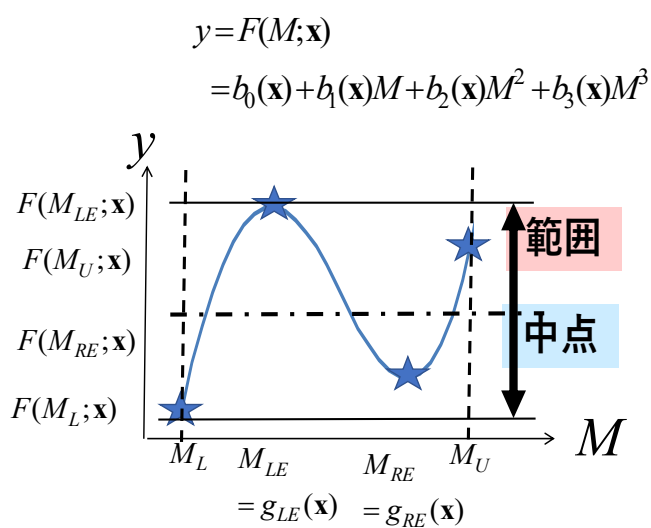
2次の場合は $g_E(\mathbf{x})$, 3次の場合は $g_{LE}(\mathbf{x})$ と $g_{RE}(\mathbf{x})$

- (3) 候補の中から最大と最小を選ぶ合成関数を作成する。
- (4) 最大を選ぶ関数と最小を選ぶ関数を用いて範囲の関数と中点の関数を作る。

その後は、作成した(求めた)合成関数を用いて定式化を行って最適化する。



(1)2次式の場合は3点が候補



(2)3次式の場合は4点が候補

図10 区間内での最大と最小の候補およびそれより決まる範囲と中点

具体的には以下のようなになる。なお、ここでは3次の場合を示しているので極値が2つあるが、2次の場合には極値が一つになる。

$$\begin{aligned}
 {}^{Max}G(\mathbf{x}) &= \text{Max}\{F(M_L; \mathbf{x}), F(g_{LE}(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(g_{RE}(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(M_U; \mathbf{x})\} \\
 {}^{Min}G(\mathbf{x}) &= \text{Min}\{F(M_L; \mathbf{x}), F(g_{LE}(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(g_{RE}(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(M_U; \mathbf{x})\} \\
 {}^{Ran}G(\mathbf{x}) &= {}^{Max}G(\mathbf{x}) - {}^{Min}G(\mathbf{x}) \\
 {}^{Mid}G(\mathbf{x}) &= ({}^{Max}G(\mathbf{x}) + {}^{Min}G(\mathbf{x})) / 2
 \end{aligned} \tag{21}$$

【注意】すでに示したように、列方向関数や代入関数を用いても区間内のとりあえずの最大値や最小値を求めることができるが、それらは荒い探索の結果（Mに関するp個の点での最大値と最小値）であって正確な最大値・最小値ではない。正確な最大値や最小値を求めるには超構造関数を偏微分することを用いた解析的なアプローチで極値を候補に入れる必要がある。

6.2.3 頑健設計の最も基本的なシナリオ (定式化)

頑健設計の本質は乖離減衰(最大乖離の減衰)である。乖離減衰は、これを目的関数にもできるし制約条件にすることもできる。いずれの設計(最適化)を行う場合も、最大乖離の減衰の限界を把握することが必要である。ただし、要求域を満たすことが不可欠なので、これを制約条件として最大乖離の最小化を行って乖離の限界 C_* を把握する。その後は、この値の譲歩により実行可能解が増えるので、そのもとで必要な目的関数を立てて最適化する。

1) 先ずは限界を把握する。

- ・最大乖離がどこまで小さくできるかの限界値 C_* を把握する。

$$\begin{aligned}
 \text{目的関数: } & {}^{Ran} \text{ }^{Max} A(\mathbf{x}) \rightarrow \text{最小化} \\
 \text{制約条件: } & {}^{Ave} \text{ }^{Min} A(\mathbf{x}) \leq R_L, \quad {}^{Ave} \text{ }^{Max} A(\mathbf{x}) \geq R_U
 \end{aligned} \tag{22}$$

2) 最大乖離を譲歩する条件を制約条件に加える。

- ・限界値よりも大きな譲歩値 $C_\#$ ($C_\# > C_*$) を用意しこれを片側制約として不等式制約に加える。

3) その後、必要な目的関数を用意して最適化する。

- ・譲歩値 $C_\#$ をいろいろ変化させることで解の変化の様子を見たとえで決定するとよい。

$$\begin{aligned}
 \text{目的関数: } & \text{必要な関数} \rightarrow \text{最適化} \\
 \text{制約条件: } & {}^{Ave} \text{ }^{Min} A(\mathbf{x}) \leq R_L, \quad {}^{Ave} \text{ }^{Max} A(\mathbf{x}) \geq R_U \\
 & {}^{Ran} \text{ }^{Max} A(\mathbf{x}) \leq C_\# \quad (C_\# > C_*)
 \end{aligned} \tag{23}$$

- ・なお、上記の1)“最大乖離の最小化の解”(これ自体も設計である)で決定してもよい。

6.2.4 頑健設計のより厳格なシナリオ (定式化)

前節のシナリオは最も基本的なものでRZの制約条件

- * 全部の点における平均に関する最小値

* 全部の点における平均に関する最大値
を用いて定式化を行っている。しかし、より厳格には
* 全部の点における最大最小値（最小値の最大）
* 全部の点における最小最大値（最大値の最小）
を用いて定式化を行う必要がある。この場合、シナリオの本質は基本的な場合と同じだが、制約条件が異なる。

1) まずは限界を把握する。

- ・最大乖離がどこまで小さくできるかの限界 C_* を把握する。

$$\begin{aligned} \text{目的関数: } & \text{Ran} \text{ }^{\text{Max}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \rightarrow \text{最小化} \\ \text{制約条件: } & \text{ }^{\text{Min}} \text{ }^{\text{Max}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \leq R_L, \quad \text{ }^{\text{Max}} \text{ }^{\text{Min}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \geq R_U \end{aligned} \quad (24)$$

2) 最大乖離を譲歩する条件を制約条件に加える。

- ・限界値よりも大きな譲歩値 $C_{\#}$ ($C_{\#} > C_*$) を用意しこれを片側制約として不等式制約に加える。

3) その後、必要な目的関数を用意して最適化する。

- ・譲歩値 $C_{\#}$ をいろいろ変化させることで解の変化の様子を見たとえで決定するとよい。

$$\begin{aligned} \text{目的関数: } & \text{必要な関数} \rightarrow \text{最適化} \\ \text{制約条件: } & \text{ }^{\text{Min}} \text{ }^{\text{Max}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \leq R_L, \quad \text{ }^{\text{Max}} \text{ }^{\text{Min}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \geq R_U \\ & \text{ }^{\text{Ran}} \text{ }^{\text{Max}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \leq C_{\#} \quad (C_{\#} > C_*) \end{aligned} \quad (25)$$

- ・なお、最初のシナリオ“最大乖離の最小化の解”（これはこれで最適解である）で決定してもよい。

$$\begin{aligned} \text{目的関数: } & \text{ }^{\text{Ran}} \text{ }^{\text{Max}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \rightarrow \text{最小化} \\ \text{制約条件: } & \text{ }^{\text{Min}} \text{ }^{\text{Max}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \leq R_L, \quad \text{ }^{\text{Max}} \text{ }^{\text{Min}} \mathbf{A}(\mathbf{x}) \geq R_U \end{aligned} \quad (26)$$

6.3 間接的に列方向関数を求める方法のメリット

設計の可能性という観点から考えると、超構造関数が高次関数の場合には係数関数を用いることができるので、以下のような係数関数に関する様々な応用が可能である。

- * 係数関数そのものの使用
- * 係数関数を加工した様々な応用
 - ・微係数, 積分 ・極大値, 極小値, 変曲点
 - ・極値間落差(縦方向の差), 極値間落差(横方向の差)
 - ・極値間か傾き (=極値間落差/極値間間隔)

故に、高次の超構造関数の場合には、間接的列方向関数と係数関数及びその合成関数を併用することが望ましい。直接的に列方向関数を求めるアプローチとしての多頭法については次章で取り上げる。

7. 直接的に列方向関数を求めるアプローチとしての多頭法 (Hydra 法)

前章までのアプローチでは列方向関数（各々の点別の設計因子に関する関数）を超構造関数の代入関数として求めた。しかし、各点における列方向関数を直積実験表の列方向で直接推定することができる。本章では直接的に（最初から各列ごとに別々に）列方向関数を求めるアプローチとしての多頭法について議論する。

この方法は、行方向関数（入出力関数）に依存しないので、**Function free**の方法である。したがって、自由自在な形態（形状や状態）の関数を扱うことができる。本研究ではこの方法を多頭法と呼ぶがその理由はギリシャ神話に登場する胴体が一つで九つの頭を持つ蛇であるヒュドラ (hydra) に由来する。日本では八岐大蛇（ヤマタノオロチ：こちらは八つの頭）に当たるものである。

7.1 十分な関数近似ができない例（飛球シミュレーターにおける逆回転と順回転）

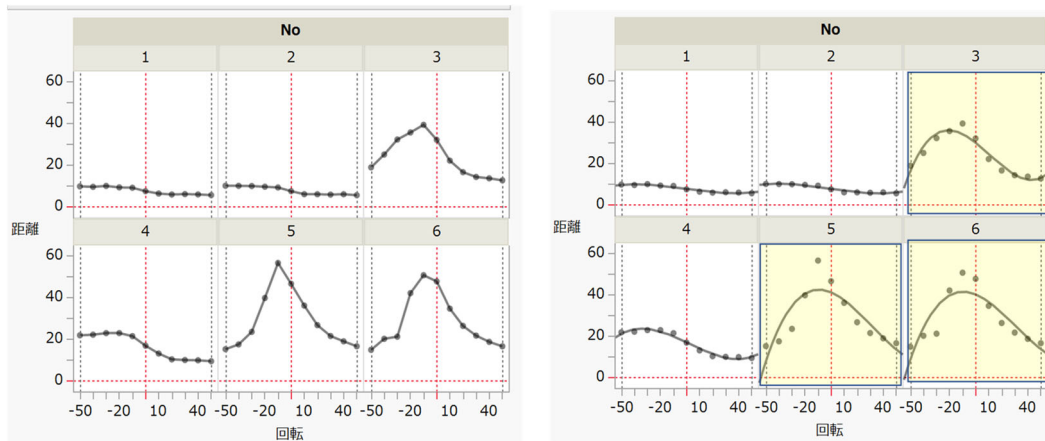
飛球シミュレーターにおいて、軽くて大きな球を回転をかけて飛球すると複雑な斜方投射となる。逆回転（スライス回転）は球が浮き上がるために距離が長くなる特徴があり、順回転（ドライブ回転）の場合には球が沈み込むために距離が短くなる特徴がある。したがって、かなりの逆回転からかなりの順回転までを広い水準で飛球した場合に距離のグラフは低次（3次以下）の関数で近似することが困難になる。表#には実験条件と距離を示している。図#はこれを実験のランごとに折線グラフでグラフ化したものである。図#はこれを実験のランごとに3次モデルで近似したグラフである。

総合的に見ると、3次モデルで十分に近似できる場合もあるが3次モデルでの近似は無理な場合もある。このような場合には超構造関数による設計は困難なので、超因子（この事例では回転数）の水準ごとに列方向関数を求めて設計することになる。これが多頭法である。

多頭法は図#が示す様に、胴体（設計因子）は一つ（共通）だが、頭（出力）が多数あり、それぞれがてんでばらばらになっている状態のことを意味している。この場合には、それぞれの頭ごとに（列ごとに）様子を把握（関数を推定して）したうえでそれらをひとまとめで扱うというアプローチになる。これを本研究では多頭法と呼ぶ。

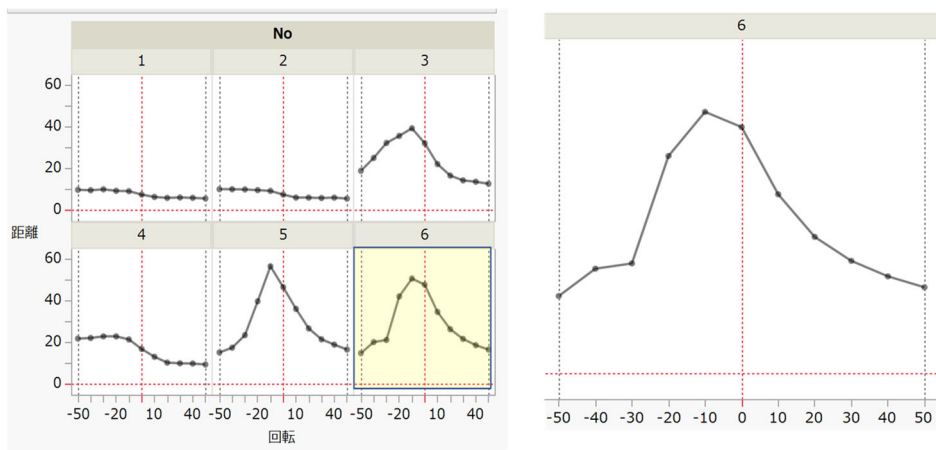
表2 球に回転（スライス逆回転からドライブ順回転）を掛けて飛球した実験結果

No	引き量	バネ	回転[-50]	回転[-40]	回転[-30]	回転[-20]	回転[-10]	回転[0]	回転[10]	回転[20]	回転[30]	回転[40]	回転[50]
1	50	10	10.04	9.81	10.25	9.54	9.38	7.72	6.59	6.14	6.33	6.17	5.85
2	50	10	10.33	10.3	10.2	9.87	9.5	7.73	6.29	6.26	6.09	6.27	5.8
3	50	100	19.16	25.32	32.51	35.9	39.56	32.37	22.38	16.86	14.55	13.89	12.93
4	90	10	22.11	22.4	23.17	23.17	21.7	17.12	13.36	10.57	10.24	10.12	9.67
5	90	100	15.45	17.74	23.76	40.01	56.81	46.82	36.36	26.99	21.77	19.21	16.84
6	90	100	15.12	20.43	21.46	42.35	50.93	47.97	34.91	26.62	21.96	18.95	16.82



(1) 折れ線グラフ (モデルなし) の場合 (2) 3次モデルを当てはめた場合

図 11 低次の関数では近似が困難な場合



(1) 折れ線グラフ (モデルなし) の場合 (2) No. 6 を拡大した場合

図 12 低次の関数では近似が困難な場合の拡大図

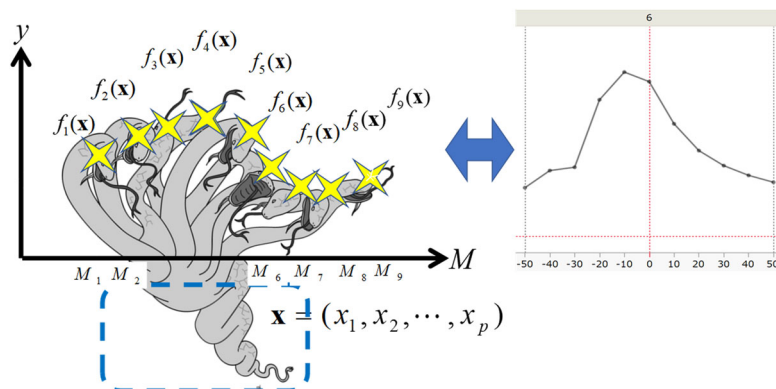


図 13 多頭法 (Hydra 法) の数理的構造：頭が多数で胴体は一つ

8. 抜粋法 (抜粋超設計)

図 14 と図 15 は第 10 章で取り上げる押しボタンスイッチの場合の y (反力) の挙動を示している。図 14 の (1) には極大値と極小値があり、区間全体の場合には 3 次モデルでは近似が困難なことを示しており、(2) と (3) は区間を抜粋すれば 2 次モデルで近似が可能なことを示しており、図 15 は実例である。

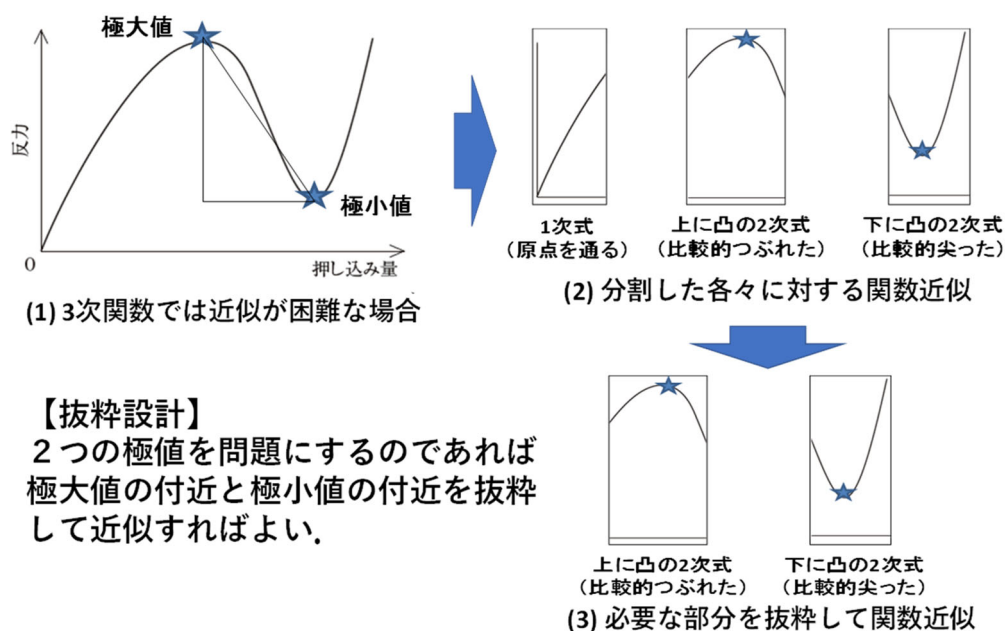


図 14 抜粋設計：必要な部分を抜粋したもとの最適化

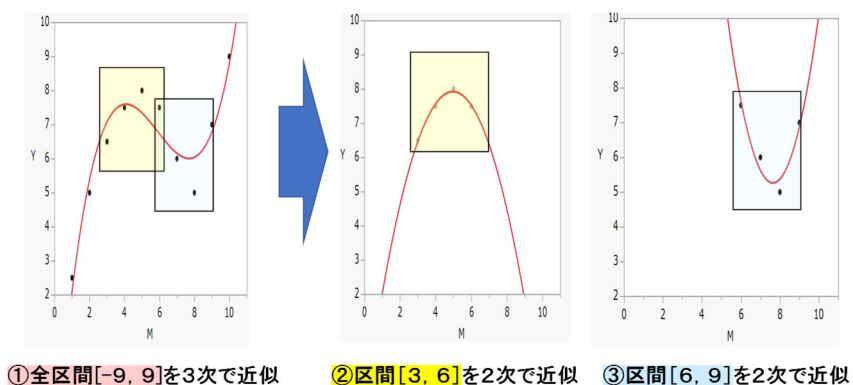


図 15 実例：3 次近似は無理だが極大付近と極小付近を抜粋して近似 (抜粋法)

9. 複合型超設計

超因子の水準が多い場合にはいろいろなタイプの関数形状が現れる。これらに対してこれまで説明してきた設計を整理すると以下の 3 つの設計に分類ができる。この分類は行方向関数が多項式で近似できるかどうかで分類している。

- ①超設計：全区間を一つの関数で近似して行う設計
- ②多頭設計：超因子の個々の水準ごとの列方向関数を用いて行う設計
※これは関数によらない設計で「最後の切り札」である。
- ③抜粋超設計：必要な部分区間のみを抜粋して各々に対して関数で近似して行う設計

そして、上記のものを統合した一般形の超設計は以下の設計である。

★複合型超設計：多頭設計と抜粋型設計を組合わせて（併用して）行う設計

※これは超因子の水準が多い場合に十分に関数近似ができる区間は抜粋設計を用い、そうでない区間は多頭設計を用いるという複合型の設計である。

超因子の水準が多い場合には以下のようにして上記の3つの設計をカバーしている。

- [A]全区間が一つの関数で十分に近似できる場合が「超設計」
- [B]必要な部分区間のみを抜粋すればそれらは十分に近似できる場合が「抜粋超設計」
- [C]区間を抜粋しても近似が困難あるいは実験のランごとに形状がばらばらの場合には「多頭設計」

10. 複合型超設計の事例（スイッチの頑健設計）

図17は森（2005）[5]による押しボタンスイッチの実験の様子を示している。この実験における目標値は表3のように点の座標で与えられている。これを4種類（3次、4次、5次、6次）の多項式の関数近似を試みたのが図17である。この図より、目標値の近似には高次モデル（6次モデル）が必要なことが分かる。しかし、それはパラメータの数が多い（高次関数の係数で6次の場合は定数項を含めると7個）ため、全区間を一つの関数で近似するアプローチは困難である。

また、図18は実験データをグラフし、そこに3次モデル近似した推定曲線を示したものである。これより3次近似は極大値や極小値を大きく外していることが分かる。

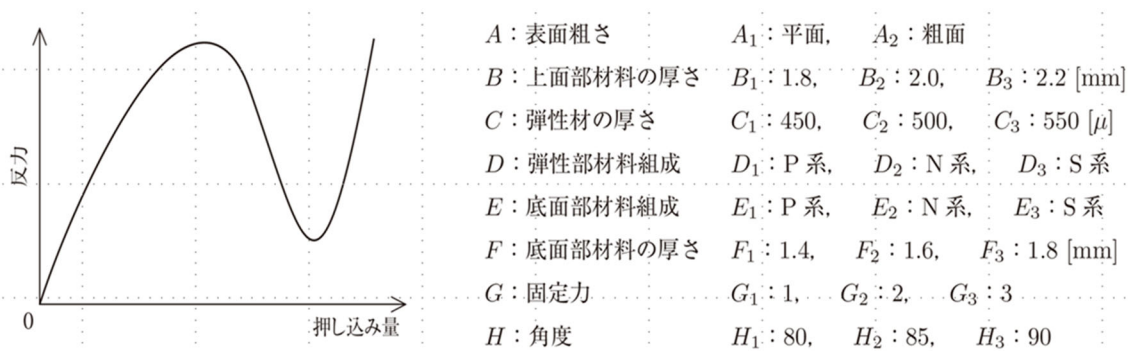


図17 押しボタンスイッチの実験（攪乱因子は2水準でN1とN2）

この事例の場合は、極大値と極小値に関しては必要な区間を抜粋して用いることが合理的であることを第8章で解説している。そして、残りのものに関しては列方向関数を用いて多頭法を適用するしかない。そして、区間の全体（全水準）を設計で扱うとすれば第9章で述べたように抜粋法と多頭法を複合した複合型超設計が必要となる。

表3 点で与えられた目標値

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}
	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
目標値 (m)	2.50	5.00	6.50	7.50	8.00	7.50	6.00	5.00	7.00	9.00

なお、表3のMの水準を扱いやすくするために以下のように変換して用いる。

もとの値： 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0

変換した値： -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9

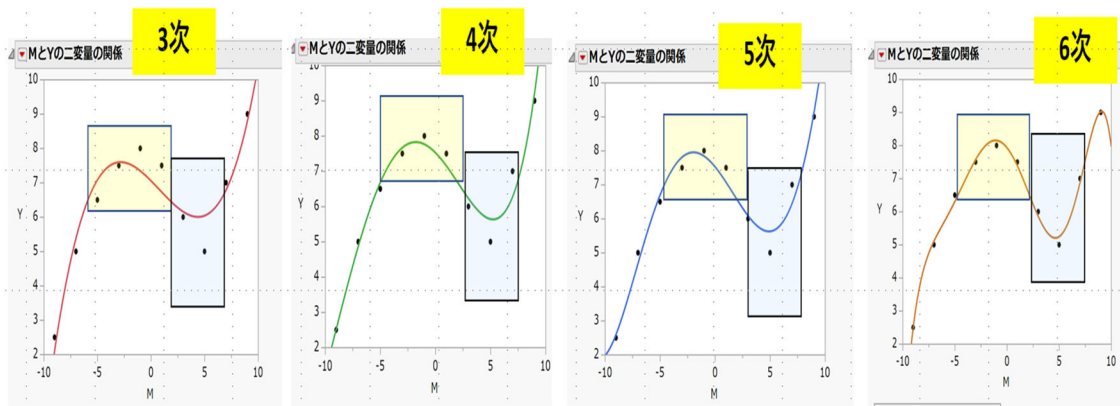


図 187 点で与えられた目標値の多項式による近似の様子

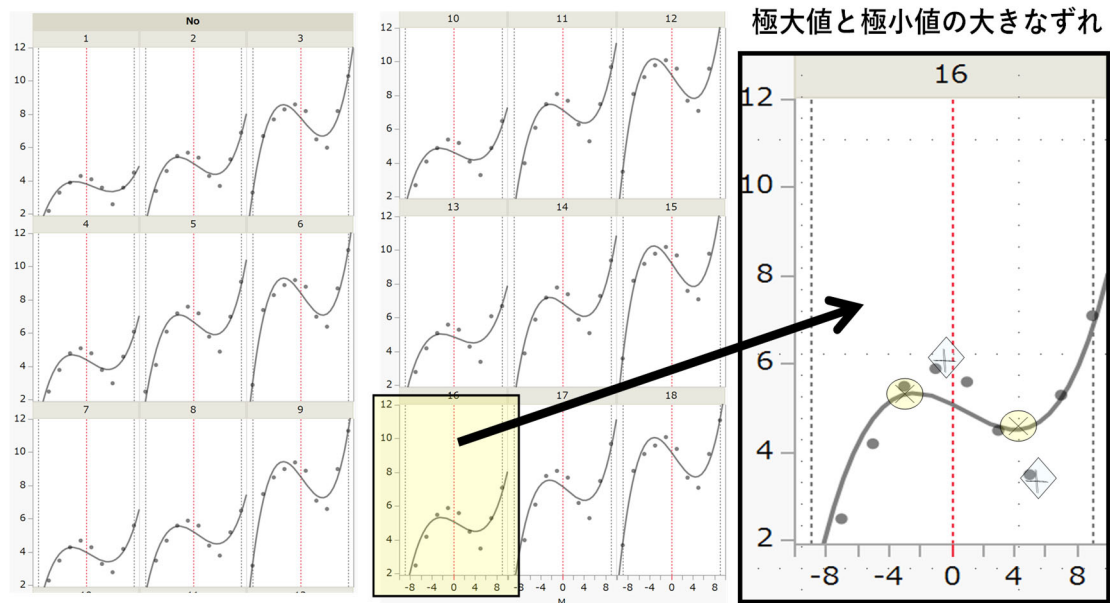


図 18 極大値と極小値に関して3次近似は大きく外れている様子 (攪乱因子の水準がN1の場合)

攪乱因子の水準がN1 の場合のデータに関して行方向関数を 3 次関数で近似したグラフ化したものが図 19 である。これは

全区間： $[-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9]$

を 3 次モデルで近似を試みているが、この図より実際に得られたデータの場合も 3 次モデルでは極大値や極小値が大きすぎるために設計が困難であることが分かる。

そこで、以下に示すところの極大値を含む区間と極小値を含む区間を抜粋してそれぞれ 2 次関数で近似してみた。

極大値を含む区間： $[-5, -3, -1, 1]$

極小値を含む区間： $[1, 3, 5, 7]$

各々の区間で行方向関数を 2 次関数で近似したグラフ化したものが図 20 である。この図より、いずれの実験条件（いずれのラン）の場合も十分に近似ができており、極大値と極小値に関して抜粋法ならば設計が可能であることが分かる。この場合には、超構造関数を求めたうえで M の水準値を代入して代入関数を作成し、これを列方向関数として設計で使用する。

この場合以下の点に注意が必要である。

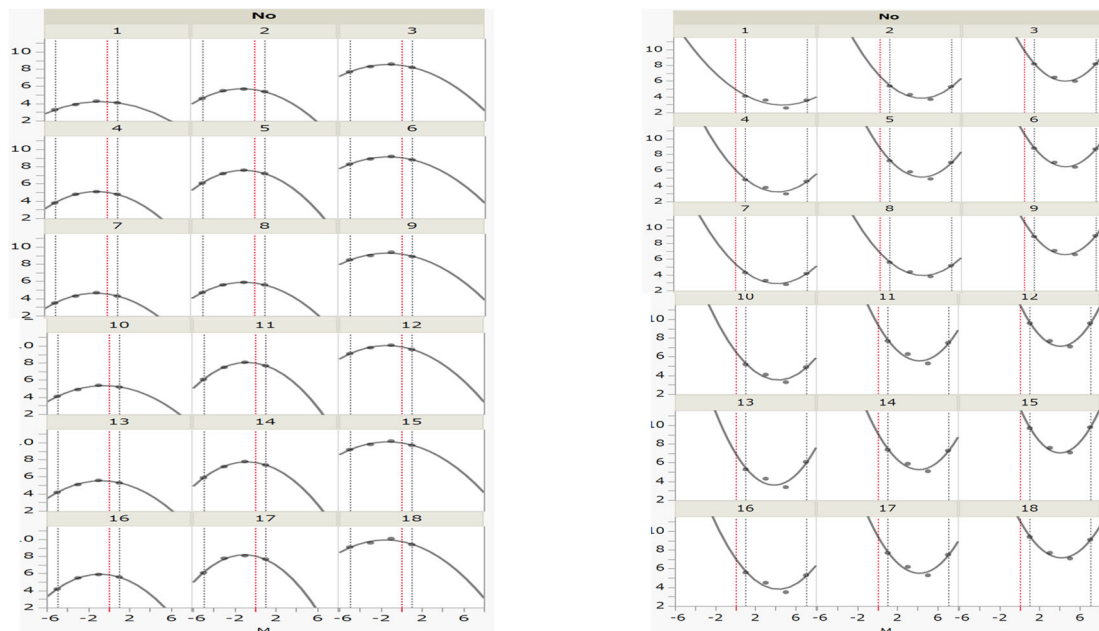
* 極大値を含む区間と極小値を含む区間に重複（それは[1]）があるが問題はない。

* 抜粋区間に入らない $[-9, -7]$ と $[9]$ の扱いに関しては以下の選択肢がある。

① 極大値と極小値に特化した設計においては無視する。

② 全区間の頑健性を扱うために取り上げ、これ等の部分は列方向関数を用いる。

今回は上記のうちの②で設計を行う。



(1) 極大値を含む区間： $[-5, -3, -1, 1]$ (2) 極小値を含む区間： $[1, 3, 5, 7]$

図 19 極大値と極小値に関して抜粋法による 2 次モデルがよく近似している様子

実際の設計は以下のアプローチとなる。

* 抜粋法を適用する区間では超構造関数を求めたうえで水準を代入して代入関数を求める。

この代入関数を列方向関数として設計で利用する

* 極値を含まない $[-9, -7]$ と $[9]$ では、個別に列方向関数を求める

* 全区間 $[-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9]$ のもとで以下のものを求める。

★最大絶対Gap：これを減衰するのが目標実現

★最大範囲（最大乖離）：これを減衰するのが頑健実現

* 上記の2つに関して以下のステップで設計を行う

(1) 様子見（設計の準備）

様子見（重要なものの限界を把握）をする。

(2) 基本的な最適化（原則に基づく定式化）

重要な順番に必要な条件を制約条件にして確保し、

最後の順位のを目的関数にする。

(3) 解き直し（解が受容られない場合）

制約条件のうちの順位の低いものから譲歩して解き直す。

(4) 最終解の決定（候補解の中から選択）

良さそうな解（候補解）を総合的に比較してその中から最終的な解を選択

著者は設計論の研究者であって固有技術に関しては門外漢である。したがって、以下に紹介する例では (1) と (2) については例としての最適化を示すが、(3) と (4) については割愛していることを断っておきたい。また、(1) と (2) での定式化における具体的な条件については固有技術的に意味のあるものではない。あくまでも設計法を示すことに留めている。

実際の設計のトライ

(1) 様子見（設計の準備）

最大絶対Gap と最大範囲（最大乖離）の限界を各々の単独最適化（最小化）で把握する。

最適化					
条件設定					
予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
***最大範囲(最大乖離)	なし	-	-	-	1.01409
***最大絶対Gap	最小化	-	-	1	0.23208
設計/制約因子					
設計/制約因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
A	* A1	<input type="checkbox"/>			
B	* -0.974013331	<input type="checkbox"/>	-1	1	
C	* 0.3572192195	<input type="checkbox"/>	-1	1	
D	* D3	<input type="checkbox"/>			
E	* E1	<input type="checkbox"/>			
F	0	<input type="checkbox"/>	-1	1	
G	* -0.731157755	<input type="checkbox"/>	-1	1	
H	* -0.814161118	<input type="checkbox"/>	-1	1	

最適化					
条件設定					
予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
***最大範囲(最大乖離)	最小化	-	-	1	0.11012
***最大絶対Gap	なし	-	-	-	2.46028
設計/制約因子					
設計/制約因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
A	* A2	<input type="checkbox"/>			
B	* -1	<input type="checkbox"/>	-1	1	
C	* -0.975389135	<input type="checkbox"/>	-1	1	
D	* D3	<input type="checkbox"/>			
E	* E3	<input type="checkbox"/>			
F	0	<input type="checkbox"/>	-1	1	
G	* 0.7031432661	<input type="checkbox"/>	-1	1	
H	* -0.732237424	<input type="checkbox"/>	-1	1	

(1) 最大絶対Gapの限界の把握

(2) 最大範囲（最大乖離）の限界の把握

図 20 様子見（設計の準備）：最大Gap と最大範囲（最大乖離）の限界の把握

(2) 基本的な最適化（原則に基づく定式化）

すでに限界を把握しているなのでその情報に基づいて考え、一方に関して「必要なレベル」を制約条件で確保したうえで他方を最適化（この場合は最小化）を行う。ただし、ここでは「必要なレベル」はあくまでも仮定（具体的な例示のため）として与えている。図 21 にはそれぞれの最適化の結果を示している。

【注】実務では十分に固有技術的および経営的に考えて「必要なレベル」を決定する必要がある。

最適化					
条件設定					
予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
***最大範囲(最大乖離)	最小化	-	-	1	0.26279
***最大絶対Gap	制約	-	1	100	1.00000
設計/制御因子					
設計/制御因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
A	* A2	<input type="checkbox"/>			
B	*	<input type="checkbox"/>	-1	1	
C	* 0.3777465904	<input type="checkbox"/>	-1	1	
D	* D3	<input type="checkbox"/>			
E	* E2	<input type="checkbox"/>			
F	0	<input type="checkbox"/>	-1	1	
G	* 0.6490443537	<input type="checkbox"/>	-1	1	
H	*	<input type="checkbox"/>	-1	1	

(1) 最大絶対Gap優先の求解

(2) 最大範囲（最大乖離）優先の求解

図 21 基本的な最適化（原則に基づく定式化のもとでの求解）でのメインの情報

なお、超設計では多数の関数や合成関数を持っているので、最適化が得られたら、その解のもとで気になる関数や合成関数の状態を把握することが重要である。これらは関数・合成関数が用意されていれば簡単に画面に登場させることができる。図 22 では一例として重要なサブの情報である極大値と極小値に関する情報を示している。

最適化					
条件設定					
予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
■極大M①	なし	-	-	-	-0.91300
■極大Y①	なし	-	-	-	8.72831
▲極小M①	なし	-	-	-	4.27089
▲極小Y①	なし	-	-	-	6.03096
■極大M②	なし	-	-	-	-1.00763
■極大Y②	なし	-	-	-	8.68567
▲極小M②	なし	-	-	-	4.17834
▲極小Y②	なし	-	-	-	5.99340
***最大範囲(最大乖離)	最小化	-	-	1	0.26279
***最大絶対Gap	制約	-	1	100	1.00000
設計/制御因子					
設計/制御因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
A	* A2	<input type="checkbox"/>			
B	*	<input type="checkbox"/>	-1	1	
C	* 0.3777465904	<input type="checkbox"/>	-1	1	
D	* D3	<input type="checkbox"/>			
E	* E2	<input type="checkbox"/>			
F	0	<input type="checkbox"/>	-1	1	
G	* 0.6490443537	<input type="checkbox"/>	-1	1	
H	*	<input type="checkbox"/>	-1	1	

(1) 最大絶対Gap優先の求解での情報

(2) 最大範囲（最大乖離）優先の求解での情報

図 22 重要なサブの情報として極大値と極小値に関する情報の把握

メインの情報とサブの情報を解く見たうえで検討していずれの解を採用するかを判断する。しかし、もし2つの解のいずれも受容れ難ければ解き直しとなる。その場合には制約条件の何かを譲歩したうえで改めて求解（最適化）することになる。これについてはすでに述べたようにこの事例の門外漢である著者は対

応ができないので割愛する。

【注】 実際の設計では「制約条件の譲歩」→「求解」→「解の検討」の繰り返しにより納得のいく解（関係者の間で合意できる解）を決定することが重要である。これは求解のPDCAサイクル、すなわち Plan（定式化）・Do（求解：最適化）・Check（吟味）・Act（制約条件の譲歩）を廻すことに他ならない。

11. おわりに

本研究は直積実験のデータに関して2つの設計アプローチである行方向関数（超設計）による設計と列方向関数による設計（多頭設計）を示した。直積表データを積重ねると多変量型のデータになる。これから推定式（基盤関数）を求めてそれを超因子に注目した整理をすれば超構造関数を作ることができる。このことは多変量型のデータであれば必ずしも直積実験データではなくても超設計は可能である。そして、変数間の相関が深刻でなければ既存のデータでも超設計が可能であるとともに新たに設計を行う場合に既存のデータでの超設計のトライにより有用な情報を得て確実な実験計画を立てるというアプローチが可能である。

その上で、行方向関数の進化形である特定の区間を抜粋する設計（抜粋超設計）を示した。これは、全区間を一つの関数で十分な近似ができない場合に必要区間を抜粋して超設計を行うという抜粋法（抜粋超設計）も示した。

一方、抜粋法（抜粋超設計）も困難な場合には超因子の全ての水準で列方向関数を用いた多頭法を示した。これは関数に依存しない設計（Function Free Design）のためにその適用範囲はかなり広いものであるとともに必ず設計ができるという点では最後の切り札でもある。

そして、抜粋法と多頭法を併用する複合型の超設計（複合超設計＝抜粋超設計＋多頭設計）を提案した。複合型超設計は超設計、多頭設計、抜粋超設計、通常設計をすべて含んだ総合的な設計である。これを、実事例である「押しボタンスイッチ」のデータに対してこれを用いて複合型の超設計による頑健設計が可能であることを示した。

複合型超設計は超構造関数の部分に対してその微分・積分を用いた高度な解析型設計（多様な合成関数を利用した設計）が可能である。特に極値（極大値、極小値）や変曲点を大いに活用した設計は重要である。このような高度に解析的なアプローチに基づく複合型超設計については別の機会に報告を予定している。

参考文献

- [1] 井上清和,中野恵司,林裕人,柴野広志,大場章司(2008):「入門パラメータ設計」,日科技連出版社.
- [2] 河村敏彦, 高橋武則(2013),「統計モデルによるロバストパラメータ設計」, 日科技連出版社.
- [3] Miller, A. and Wu, C.F.J. (1996):” Parameter Design for Signal -Response Systems: A Different Look at Taguchi’s Dynamic Parameter Design”, *Statistical Science*, 11, 122-136.
- [4] 宮川雅巳(2000):「品質を獲得する技術」,日科技連出版社.
- [5] 森輝夫(2005),「タグチメソッドの応用と数理」,トレンドブック.
- [6] Myers R. H., Montgomery D.C., and Anderson Cook C. M., (2009): Response Surface Methodology:

Process and Product Optimization Using Designed Experiments, Wiley, New York.

- [7] 高橋星太,濱口勝重,高橋武則(2015):"HOPE 手法を用いた水晶発振子の設計パラメータの最適化",JSQC 第 109 回研究発表会発表要旨集, pp. 39-42.
- [8] Takahashi, T. (2015):" Proposal of Flexible Design and its Application", Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2015 in Taipei, CD proceeding, PP.1-10.
- [9] 高橋武則(2017):"超構造関数による柔軟設計",日本品質管理学会第 113 回研究発表会発表要旨集, pp.157-160.
- [10] Takahashi, T. (2017):" Hyper Design based on Hyper Factors", Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2017 in Kathmandu, CD proceeding, PP.1-12.
- [11] 高橋武則(2019):"描写因子による形態設計と極座標描写",目白大学研究紀要, 第 17 号, pp. 19-34.
- [12] 高橋武則(2019):" 調査・実験の教育ための概念図と特性要因図と構造模型表および変数計量化", 日本品質管理学会第 119 回研究発表会発表要旨集, pp.149-152.
- [13] 高橋武則(2019):"超設計のパラダイムとメソドロジー", 横幹」,13, [2], pp.91-105.
- [14] 高橋武則(2020):"関数の形状が特異な場合の設計", JSQC 第 122 回研究発表会発表要旨集, pp.143-146.
- [15] 高橋武則(2020):"超設計による攪乱因子が量的な場合の頑健設計",SAS Discovery Summit Japan 2020, pp.1-11.
- [16] 高橋武則(2021):" 設計における体系的な多重合成関数による最適化", JSQC 第 125 回研究発表会発表要旨集,pp.127-130.
- [17] 高橋武則(2021):" 設計における体系的な多重合成関数による最適化", JSQC 第 125 回研究発表会発表要旨集,pp.127-130.
- [18] 高橋武則(2021):" 多重合成関数を用いた高次関数および複雑な関数の頑健設計",JSQC 第 126 回研究発表会発表要旨集,pp.37-40.
- [19] 椿広計 (2006) :「ビジネスへの統計モデルアプローチ」, 朝倉書店.
- [20] 椿広計 (2006) : "統計科学の横断性と設計科学への寄与", 「横幹」,1, [1], 22-28.
- [21] 椿広計,河村敏彦 (2007) :「設計科学におけるタグチメソッド」,日科技連出版社.
- [22] 吉野睦, 仁科健(2009):「シミュレーションと SQC」,日本規格協会.
- [23] Wu, C. F. J. and Hamada, M. (2009) : Experiments: Planning, Analysis, and Optimization (2nd ed.) , Wiley, New York.

超設計のためのツール HOPE(Add-in)

高橋武則

Takenori TAKAHASHI

【要旨】

超設計とは超構造関数に基づく汎用的で解析的な設計である。これは従来の設計アプローチでは困難である難度（ハードル）の高い設計を可能するために開発した設計理論である。その特徴は設計因子の中の一つないしは複数を超因子に指定し、これに基づく二重構造の関数を構成した超構造関数を用いた数理計画法による最適化である。

注目する結果を特性（目的変数、従属変数）とし、それに影響を与える多数の因子を原因（説明変数、独立変数）とした因果関係を表す関数を基盤関数と呼ぶ。この基盤関数を超因子に指定した因子に関する多項式（高次式）として整理する。そのとき、超因子以外の設計因子はこの多項式において係数となり、それは関数を形成するので係数関数と呼ぶ。このようにして構成した関数を超構造関数と呼ぶ。その本質的な構造は2重構造の関数である。すなわち、マクロ的には超因子の多項式で、その係数が設計因子の関数となっているのである。

超構造関数は解析的かつ汎用的な設計が可能である。解析的とは設計において超構造関数を微分・積分した関数の使用が可能であることを意味し、汎用的とは超構造関数に基づく様々な合成関数を作成して設計に用いることができることを意味する。

ところで、超設計を行うためには設計ツールとしてのソフトが不可欠である。このために開発されたものがHOPE（Hyper Optimization for Prospective Engineering）というソフトである。これを用いることにより解析的かつ汎用的な設計が容易に実施できるのである。その基本的な仕組みは多重の合成関数に基づく数理計画法による最適化である。

なお、数理的にみたら従来の設計は超設計を退化（degenerate）させたものである。すなわち、超因子を単なる設計因子として扱えば従来の設計になる。このため、超設計は従来の設計を内包しているためにほとんどのタイプの設計を扱うことが可能である。

【キーワード】 超因子，超構造関数，最適化，多重の合成関数（階層構造の合成関数）

1. はじめに

1.1 Q（質）の時制

Q（質）には時制があり、どの時制のQに焦点を合わせるかでQMの取り組み方が異なり、Qの時制の観点からQMの歴史を整理することができる。時制とは動詞における時間的間

高橋武則 (Takenori TAKAHASHI) 慶應義塾大学大学院

係を示す文法範疇のことで、その分類には様々なものがあるが典型的な範疇として過去・現在・未来の3分類がある。同様にQにおいても時制が存在し「過去のQ」、「現在のQ」そして「未来のQ」の3つがある。

この観点から見ると、QMの歴史はまさにQの時制のパラダイムシフトの歴史であると言える。

QMの初期の段階では「Qとは規格適合」というパラダイムのもとでQA (Quality Assurance: 品質保証) に軸足が置かれ、検査が重視された。Qは検査で保証するというわけで、中でも抜取検査が重要なテーマであった。

しかし、やがて、検査は過去のQ (作られてしまったQ) を選別しているわけで、Qは工程で保証すべきであるという現在のQ (作りつつあるQ) へと軸足を移行した。これはQの時制のパラダイムシフトである。この時代は工程管理・工程改善が重要なテーマとして注目された。しかしながら、この段階では「Qとは規格適合」というパラダイムにはシフトはなかった。

1.2 Prospective Engineering と Retrospective Engineering

英語表現では時間軸の正の方向 (将来) と負の方向 (過去) に対して以下の表現が用いられる。

時間軸の正の方向 (将来) : Prospective

時間軸の負の方向 (過去) : Retrospective

このため、本研究では課題達成に関わる工学を Prospective Engineering (前方視工学) と呼び、問題解決に関わる工学を Retrospective Engineering (後方視工学) と呼ぶ。超設計は Prospective Engineering に属し、その数理的な本質は最適化 (Optimization) である。そして最適化では超因子 (Hyper Factor) を用いた最適化なのでこれを超最適化 (Hyper Optimization) と呼ぶ。この結果として超設計 (Hyper Design) を説明的に表現するものとして以下の表現を用いる。

Hyper Optimization for Prospective Engineering

超設計とは「前方視工学のための超最適化」である。

そして、超最適化とは超因子に基づく超構造関数を用いた最適化である。

1.3 Q (質) のパラダイム

ライバル商品が競合する状況下では、工程でしっかりと作り込み、検査でも手抜きなく規格をきちんと満たした文句のない製品が市場でまったく売れないという事態がしばしば発生する。このとき、「Qとは規格適合」というパラダイムでは説明ができないことが露呈した。そこで、「Qとは顧客要求適合」というパラダイムシフトが起きた。これ言い換えると「QとはCS (Customer Satisfaction: 顧客満足) である」ということである。この段階で重視されるのは未来のQ (これから作るQ) であり、正確にはこれから作るべきQと言う

ことである。

未来のQの場合にはさらに細かく分類すると以下のような3つに分類される。

近未来のQ【設計】：間もなく作るQ

中未来のQ【R & D】：少し先に作るQ

遠未来のQ【企画】：だいぶ先に作るQ

上記の順番では企画（何を作るか、何を作るべきか）から始まり、次にR & D（どういうメカニズムで作るか）を行い、その上で設計（どういう条件で作るか）を行う。なお、設計においてはそれに先行する研究・開発を必要とする場合が多い。三者の関係は以下のとおりである。

研究：原理や法則を明らかにすること。

開発：原理や法則を用いて目的の実現に必要なメカニズム（機構・仕組み、仕掛け）を創造すること。

設計：目的を実現するために機構の条件（因子と水準）を決定すること。

しかしながら、紙数の都合により研究と開発については割愛して設計に焦点を合わせて議論する。

1.4 LOF (Lack of Fit) と LOI (Lack of Independence)

超設計は、理学のように関数構造それ自体を研究するものではない。あくまでも工学として、その目指すところは有用な（設計目的を実現する）ものを作ることである。したがって、超設計において重要なことは、用いる関数は真の関数である必要はない。設計目的に対して必要な区間において致命的な不適合のない（十分な適合性を持つ）近似式で構わないということである。設計に用いる近似式に関して重要なことは以下に示す LOF と LOI がともに致命的レベルでなければ構わないということである。

* LOF (Lack of Fit) : 適合の欠如（あてはまりの悪さ）

- ・ 自由度調整済み寄与率 R^2 あるいは自由度二重調整済み寄与率 R^{*2} で評価する。
- ・ 誤差にも考慮をしたうえで、寄与率は上記の基準のもとで 0.5 以上は確保したい。

* LOI (Lack of Independence) : 独立性の欠如

- ・ トランス (=1/VIF) で評価するとよい。
- ・ 誤差にも考慮をしたうえで、0.5 以上 (VIF なら 2 未満) は確保したい。

これらがいずれも致命的でなければ設計したもの（解）の多くはその実現確認で成功（解の受容れ可）するであろうし、仮に失敗（解の受容れ不可）したとしても事後の回帰修正で対応できることが多い。直前の求解により本来の解の近くに来ているので、更なる本来の解への十分なレベルの接近は 1 ないし 2 因子による回帰で実現することができる。この考えに立てば実験を計画する際には最適計画を用いることが望ましい。つまり完璧な独立性（直交性）は必要なく、高いレベルの独立性（直交性）があれば、むしろ実験サイズを圧縮した方が現実的である。

なお、具体的な説明の際には例として飛球シミュレーターを用いる。これは SAS 社で開発された教育用のシミュレーターで、現時点では特別な教育（SAS 社で行われる教育、大学で行われる教育）に限り使用されるもので一般公開はされていない。

2. 超設計の背景

2.1 設計における誤差と LOF の弊害

超因子とは設計因子の中で特別に指定された因子のことである。この超因子は設計因子の中で特別な役割(使命)を持つ因子である。そして、超因子に注目して超構造関数を構成し、これに基づいて行う設計が超設計である。これによって多種多様なタイプの設計を超因子・超設計という新たな視点から多くの設計を統一的に整理することができる。そして、この延長線上に存在する新たな設計の可能性を見出すことができる。

設計という創造行為の中身の実体は数理計画法を活用する最適化である。ただし、近似式に基づく創造でありかつ誤差を伴うために、最適化によって得られた最適解はあくまでも仮説でしかないことに注意が必要である。もし近似式の LOF が大きな場合や誤差のばらつきが大きな場合には、得られた解（最適値）は LOF and/or 誤差のばらつきの影響で望む状態の近傍に実現しないことが発生する。このため、最適解の実現確認は不可欠である。繰り返しになるが、LOF と誤差のばらつきの影響により実現確認で予測値（設計値）と実現値（データ）が多かれ少なかれずれることは避けられないのである。もしこのずれが受容れ難いレベルの場合には最後に回帰による解の修正を行うことで何としても設計目的を果たすということが実践型の設計アプローチでは不可欠なのである。

本稿では誤差（確率誤差）のある実実験に適用することをベースにしているが、分かり易い説明のためにシミュレーション（飛球シミュレーター）の場合を用いて議論する。なお、誤差のある場合に用いる数式は通常は推定式となるが、本稿では本質を簡潔に議論するために推定式の表現（変数記号にハット印 (^) をつける表示方式）は用いずに通常の数式の表現を用いる。前後の文脈から推定値であることは明白な場合がほとんどであるので混乱はないと考える。

さて、実実験では誤差（純粋誤差） ε を無視することはできない。そして実験データから真のモデル $\pi(\mathbf{x})$ を獲得することは困難で、近似式 $f(\mathbf{x})$ をモデル化することになる。そこで、LOF を次のように表現する。

$$\begin{aligned} LOF &= \pi(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} &= (x_1, x_2, \dots, x_p) \end{aligned} \quad (1)$$

このとき超設計の基本的モデル構造は以下のようになる。

$$\begin{aligned} y &= \pi(\mathbf{x}) + \varepsilon \\ &= f(\mathbf{x}) + LOF + \varepsilon, \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p) \end{aligned} \quad (2)$$

2.2 設計における誤差と LOF と LOI への対応

本研究の基本的なスタンスは以下のとおりである。

- * 現場は改善・管理の努力により ε のばらつきを十分に小さくする。
- * 存在する可能性のある項（積項，2次項）はすべて取り上げて実験を計画する。

このために実験サイズが大きくなるのを防ぐために最適計画を用いる。

- * もし解が受容れ難ければ解の修正を行う。

解の修正を視野に入れているので ε と LOF に極端にナーバスになる必要はない。

修正が必要な時点では目標値との乖離は受容れ難くても解はだいぶ目標値に近づいているので1因子か2因子を用いれば解の修正は可能である。そしてその際に用いる因子もそれまでの情報で分かっているので大きな困難はない。

【注】かつてよく用いられた直交計画（2水準系，3水準系）に代わり今後は最適計画がメインになっていくことになる。モデルの各項に対して完璧な直交性を求める必要はなく，必要なレベルの直交性があればよい。それよりも多数の因子とそのもとで考えられる積項（交互作用）や高次項（主に2次項）を取りこぼさないことが重要である。このため実験サイズが大きくなるが，それをおさえるために多少の非直交性を受入れる。もし運悪く最適解のもとの特性の実現値が目標値から受容れ難いレベルで乖離した場合には，事後に効き分析を活用して解の修正を行えばよい。この時点では目標値の近くに来ているので1因子ないし2因子の回帰実験で修正を行うことができる。

3. 超設計とは（基盤関数，超因子，超構造関数）

3.1 基盤関数

実験データで推定された近似式のことを基盤関数と呼ぶ。これは超設計のおおもとの関数で，この式において全ての設計因子は独立変数（説明変数）として対等である。

$$y = f(\mathbf{v}), \quad \mathbf{v} = (v_1, \dots, v_{p+1}) \quad (3)$$

この関数をそのまま用いて望む y の値を実現する設計因子の水準を決定するのが通常の設計（これまでの）である。しかし，設計因子の中から特別な役割の超因子というもの指定し（複数を指定することも可），それを用いて進化させた設計が超設計である。

3.2 超因子と超構造関数

設計因子の一つないし複数を超因子（ H_1, H_2, \dots ）という特別な因子に指定した上で，これに注目して構成した多項式を超構造関数と呼ぶ。以下に最も基本的で易しい構造である超因子が H のみ（ただ一つだけ）でかつ超因子 H に関する超構造関数の次数が1次の場合を示す。

$$y = F(H; \mathbf{x}) = \lambda_0(\mathbf{x}) + \lambda_1(\mathbf{x})H, \quad \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_p) \quad (4)$$

式(4)から式(5)への移行は以下の数理的な組換えである。

$$\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_{p+1}) \rightarrow (H, \mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_p)$$

これが 0 次の（超因子がないという）場合が通常的设计である。超因子 H に関して高次にすることや複数の超因子を指定して多変数の高次式することも可能である。本章では最も簡単な場合を用いて超设计の本質を説明する。なお、超因子に指定されなかった他の设计因子は超構造関数においては係数関数 $\lambda_0(\mathbf{x})$ と $\lambda_1(\mathbf{x})$ となる。ここで改めて超设计を超因子と超構造関数の観点から定義を行うと以下のようなになる。

* 超设计とは超因子を指定して超構造関数を構成し、これに関する最適化で设计目的を実現することである。

* 超设计（最適化）の結果として係数関数の値が決定し、そのことにより最終的に超構造関数が確定する。これは二重構造の関数でマクロ的には超因子の多項式で、その係数が设计因子の関数となっている。

3.3 超因子の 4 つの役割と超设计の種類

上記の説明では超因子を一般形の変数 H で示したが、超因子の代表的なタイプには以下の 4 つがある。それぞれの特徴を表すために超因子の変数記号を使い分ける。

- ①入力因子 M:これで y を制御する（望む値にする）。
- ②攪乱因子 Z:これがばらつくとき y が大きくばらつく。
- ③組織因子 U:この水準ごとに y に関する式が異なる。
- ④描写因子 W:これと y とを組みにすることで対象の形態（形状や状態）が描写できる。したがって両者には因果関係はないので、W を W1 とし、y を W2 とした方が描写因子の意味が分かり易いかもしれない。

以下に各々の超構造関数とその意味を紹介する。なお、係数（定数項と傾き）には意味を示す名前を付けている。

- ①入力因子による制御设计：その都度自由に望む出力を実現する设计（構造：切片パートと傾きパート）

$$y = F(M; \mathbf{x}) = b_0(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x})M \quad (5)$$

b_0 : intercept, b_1 : slope

※これは 1 次式であるが、高次式も可能である。また、多超因子も可能である。

- ②攪乱因子による頑健设计：攪乱の影響を減衰して安定を確保する设计（構造：安定パートと乖離パート）

$$y = F(Z; \mathbf{x}) = s(\mathbf{x}) + d(\mathbf{x})Z \quad (6)$$

s : stable, d : divergent

※これはダミー変数が一つ（Z）の 2 水準（Z=-1, Z=1）の場合である。ダミー変数を増やせば多水準が扱える。k 水準の場合には k-1 個のダミー変数を用意すればよい。あるいは攪乱因子 Z が量的変数の場合も扱える。

- ③組織因子による連合设计：組織間で条件共有の合意を形成する设计（構造：平均パートと乖離パート）

トと固有パト)

$$y = F(U; \mathbf{x}) = a(\mathbf{x}) + p(\mathbf{x})U \quad (7)$$

a : average, p : partioular

※これはダミー変数が一つ (U) の2水準 (Z=-1, Z=1) の場合である. ダミー変数を増やせば多組織が扱える. k個の組織の場合にはk-1個のダミー変数を用意すればよい. なお, 組織の場合は組織因子Uを量的変数とすることは考えにくい.

④描写因子による形態設計: 目標の形態 (形状, 状態) を実現する設計 (構造: 独立パトと関連パト)

$$y = F(W; \mathbf{x}) = l_0(\mathbf{x}) + l_1(\mathbf{x})W \quad (8)$$

l_0 : unlinked, l_1 : linked

※形態 (形状, 状態) を記述するには多数の点 (位置と平均からの違い) が必要になる. 平均的な位置からの上下差が設計対象であるが, 全ての位置を取り上げて設計の対象とする必要はない. 必要な点 (重要な点) に関して取り上げればよい.

上記の4つの数式は数学的にはまったく同じである. しかし, 超因子の役割 (意味) によって第1項と第2項に役割を与えると, 実際の設計は大きく異なる.

たとえば, ①の制御設計では傾き部分を急にすることが多く, ②の頑健設計では乖離部分を0に近づけることになる. ③の連合設計では公平性の確保や弱者の救済などの政略的な設計が行なわれ, ④の形態設計では複雑な形態を扱うこともある.

4. 飛球シミュレーターによる超設計の具体的な解説

4.1 飛球シミュレーターとは

飛球シミュレーターとは図1に示す斜方投射 (斜方投射とは物体をある初速度をもって空中に投げ出す動作) を扱うシミュレーションである理想状態 (無風でかつ空気抵抗が無視でき海拔0などの理論を考えるために都合よく仮定された場合) には斜方投射された物体

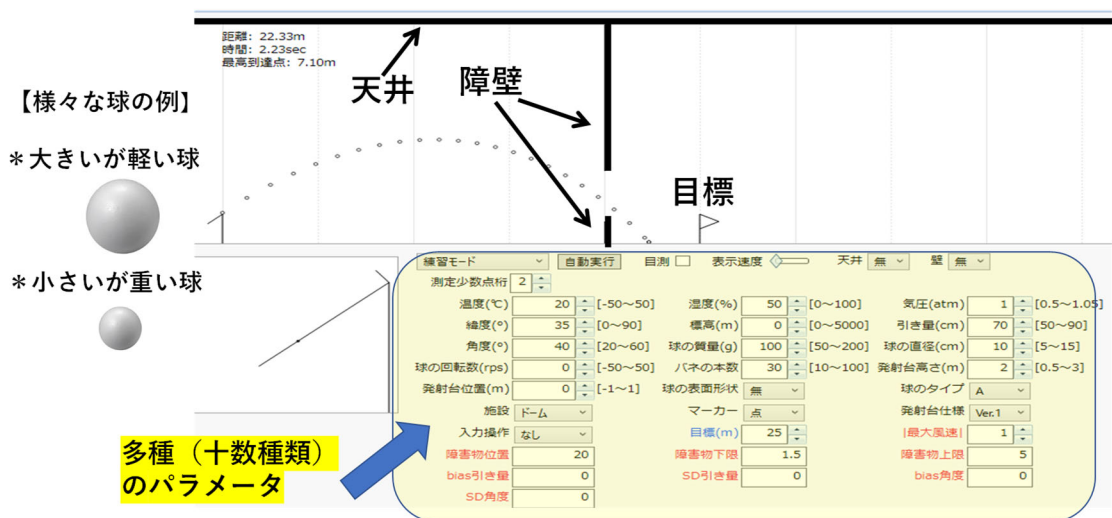


図1 飛球シミュレーター

の軌跡は放物線（上に凸の2次関数）を描く。しかしながら実際の条件は理想状態ではないために理想状態の結果とは異なる結果となる。そこで実際の条件のもとで様々な球（質量、半径、表面の状態ほか）を斜方投射した場合をシミュレートすることができるのが飛球シミュレーターである。これを用いて超設計について具体的な解説を行う。なお、説明で取り上げるのは極めてシンプルで易しい場合である。

4.2 簡単な例による超設計の数理的構造の本質

4.2.1 取り上げる飛球シミュレーターの条件と設計のポイント

本節では少し冗長ではあるが超設計の数理的構造の本質を解説する。このために具体的な例として飛球シミュレーターの簡単な場合を取り上げる。

(1)設計因子は2つ

X_1 引き量, X_2 バネ（バネの本数）

(2)入力因子（超因子）は1つ

M 角度

(3)設計のポイント

①12m から 14m の距離は M 角度によって自由に実現できること。

② X_2 バネはできるだけ少ないこと。

③可能な実現範囲は広いことが望ましいこと。

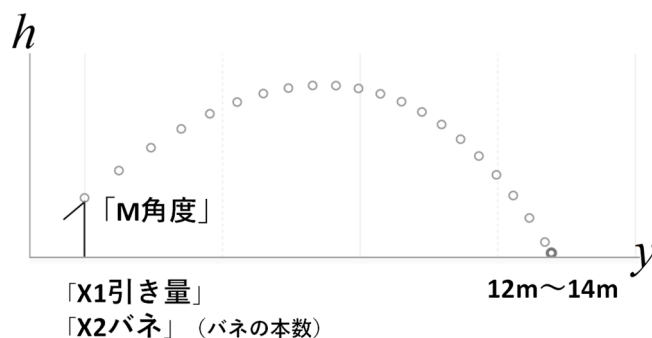


図2 2因子の実験の概要

4.2.2 直積実験とその結果

図3は直積実験とその結果データおよびデータをグラフ化したものを示している。この場合の飛球実験の前提条件は球は小さめかつ重めで風力1.0（微風）状態のため比較的理想的状態に近い条件で飛球を行っている。なお、実験数は6という小さなサイズにおさえているのは超設計の数理的な構造をコンパクトに示して分かり易くするためである。

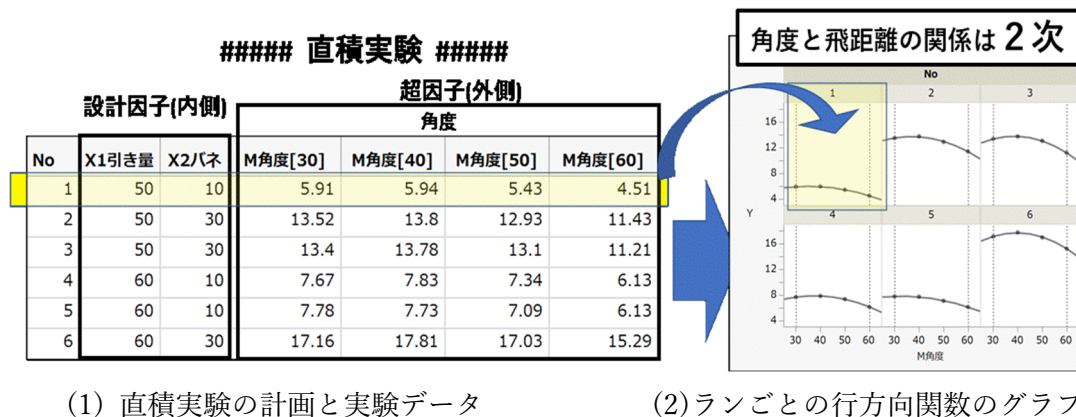


図 3 直積実験とその結果およびグラフ (球は小さめかつ重めで無風状態で飛球)

4.2.3 係数関数 (回帰係数の推定式)

取り上げているケースは超因子に関して 2 次の構造の超構造関数である。このために式表現は中心化変換の式になっていることに注意されたい。その理由は以下のとおりである。

- * 単なる切片は意味がない。これは角度が 0 の場合で、そのような打ち方はしないし、その場合は空中を飛ばないで地面を転がることになり状況 (物理的な状況) が全く異なるからである。
- * 係数の値を読み解く場合に以下の点で望ましい。
 - ・ 中心化切片 (中心化のもとでの切片) は平均値なので、飛距離はこの値を中心値とするので分かり易いし設計の際にこれを定式化に取りあげることができる。
 - ・ 2 次項があるので中心化変換表現ではなく展開した表現にすると 2 次項の中の 1 次項の部分が 1 次項に合算されるために 1 次項の係数の意味が混乱して読み取ることができなくなる。

なお、係数関数については中心化変換の式は複雑になるので展開して簡単な式表現にしている。係数関数に関しては設計時に単なる数式として扱うので簡潔に表現しても問題はない。しかしながら、もし関数式の意味を読み解くという場合には、積項があるので中心化変換の式用いるべきである。

実験は球が小さめかつ重めのもので無風状態で飛球しているので、図 3 の中の (2) ランごとの行方向関数のグラフ (データと推定された 2 次関数) で明らかなように見事に放物線 (上に凸の 2 次曲線) を描いており、点 (実験結果) をグラフ (推定結果) がよく整合していることが分かる。

一方、図 4 には偏回帰係数 (中心化変換のもとでの推定結果) ごとの係数関数が示されているとともに、この推定された係数に対して列方向に実験と見て推定した係数関数が図 4 の左下に示されている。そして、係数関数を用いて推定した係数の値が右下に示されている。これらから分かるように、係数関数で各係数の予測値を計算するとそれは実測値とよく整

合していることが分かる。つまり、図#の右下には各係数の係数関数で計算した推定値が示されているが、これと右上の実験データで求めた係数の推定値とはよく整合していることが分かる。

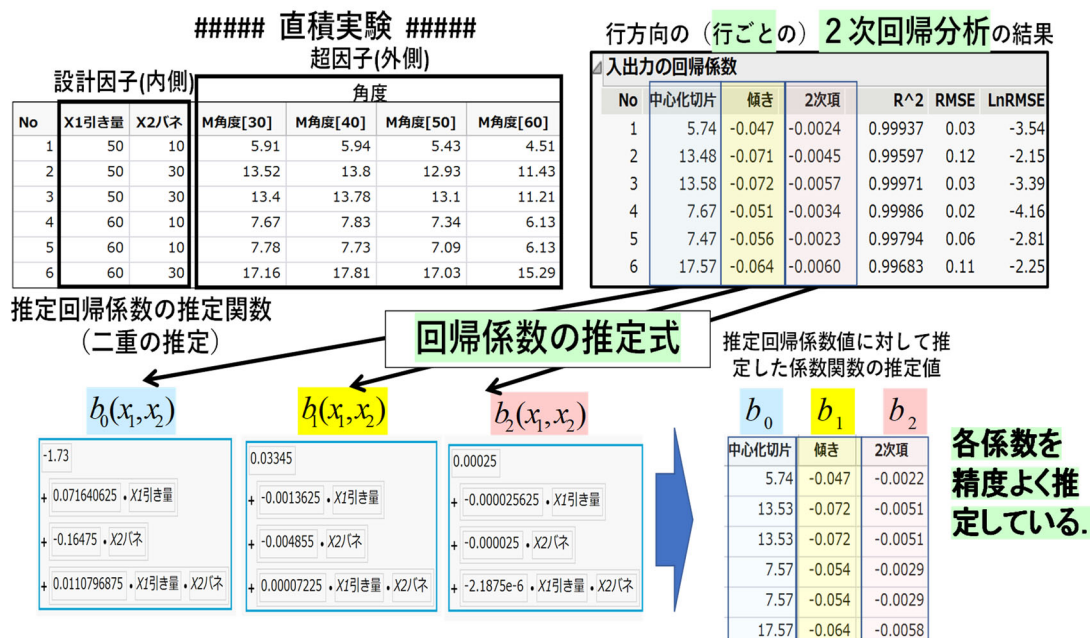


図4 直積実験と推定偏回帰係数および係数関数

4.2.4 超構造関数 (中心化変換のもとでの表記)

図5の下の部分には超構造関数の構造が示されている。ただし、超因子Mに関しては中心化変換(M-平均=M-45)を施していることに注意されたい。

ここで言いたいことは、超構造関数は以下に示すような二重構造の関数であるということである。

- * 先ずランごとに行方向で超因子 (M 角度) の2次関数となっている。
- * この偏回帰係数 (中心化切片, 傾き(1次項の係数), 2次項の係数) の推定値は縦方向で設計因子 (X₁ 引き量, X₂ バネ) の関数 (係数関数) になっている。

※引き量は実数である。バネはその構造によっては整数でなければならない場合もあるし実数でも扱える場合もある。ここでは話を簡単にするためにバネは実数で設計できるものとする。

この二重構造の関数である超構造関数を用いると実験におけるすべての場合の値を推定することができる。ということは、この超構造関数を用いれば様々な設計および高度な設計を行うことが可能になるのである。

【注】ここでの超構造関数の式表現では超因子に関して中心化変換で表現する。その理由は、設計結果における各係数値の意味の解釈を正しく行うことができるからである。

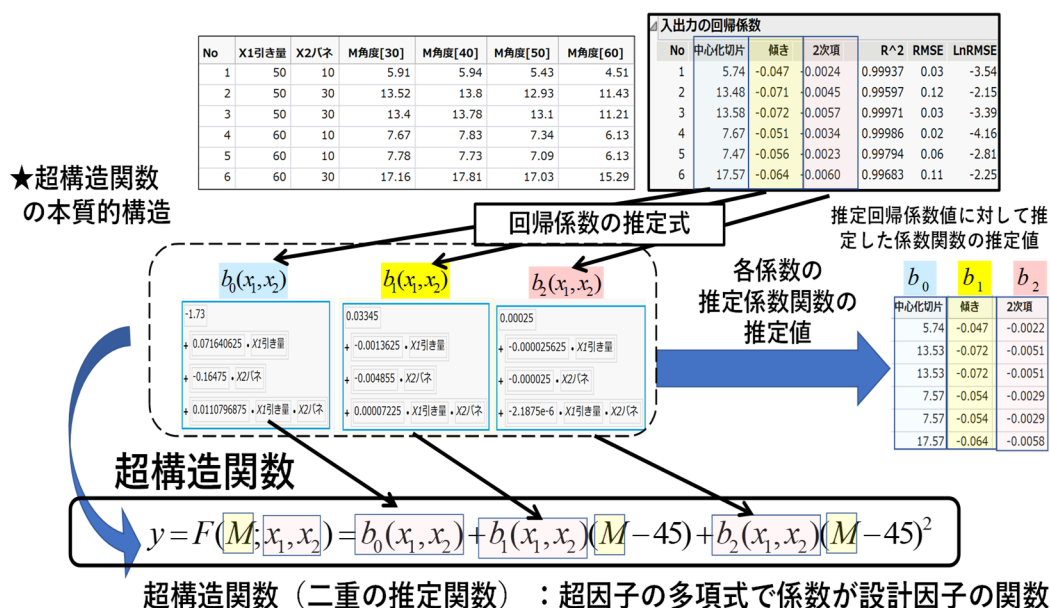


図5 超構造関数の数理的構造

4.2.5 超構造関数 (関数の表記は中心化変換の式を展開したもとでの表記としている)

超構造関数の構造の本質を簡潔な関数表現でより分かり易くするために超因子に関して展開を行った式を用いる。この展開式表現はあくまでも超構造関数の本質的構造を簡潔に示すためのものであることに注意されたい。本来の中心化変換は以下の目的のもとで行われるものであり、もしも中心化変換をしないとその下に書いてあるリスクを生じる。

* 項の間の相関の問題を回避する。

1次項と積項と2次項は強い相関を有するために変数選択で誤るリスクがある。

* 係数の意味を正しく評価する。

係数の符号が逆になるとか、符号は正しくても数値が変形するリスクがある。

ただし、設計の段階でyに注目するのであれば中心化変換の式を展開して簡単な式にしたものの方が扱い易い。しかし、切片(定数項)、傾き(1次項の係数)、2次項の係数を扱う場合には展開した式を用いるのは問題で、この場合には中心化変換の式を用いるべきである。ここでは超構造関数の本質的な意味を簡単に説明するために展開式の表現を用いる。そのために、超構造関数の係数の記号が図5では小文字b (b_0 , b_1 , b_2)を用いているが、図6では大文字B (B_0 , B_1 , B_2)に変更している。そして、設計因子が多変数の場合を意識して図5では2つの設計因子を明示しているが、図6ではベクトル表現を用いている。なお、設計因子が多変数になると多くの積項(交互作用)が無視できないこと、また水準幅を広く取った因子に関しては2次項も無視できないということに注意する必要がある。1次項のみ(主効果のみ)のモデルでの設計においては最適解の実現は極めて困難なものになる。

図 6 の下に表示している式により超構造関数の本質的特徴は以下のものであることが明らかである。

- * 飛距離 y は設計因子と超因子の 2 重構造関数である。
- * 設計がなされると設計因子は定数となるのでその後は超因子の関数となる。
- * つまり実際の使用時は、与えられた設計因子の条件のもとで超因子を用いて y を制御する。
- * したがって、 y から見たら設計因子の条件付きのもとでの超因子の関数ということができる。
- * このため、設計時には超構造関数を用いることで柔軟で、高度で、汎用的な設計が可能になる。この設計のことを超設計と呼ぶ。

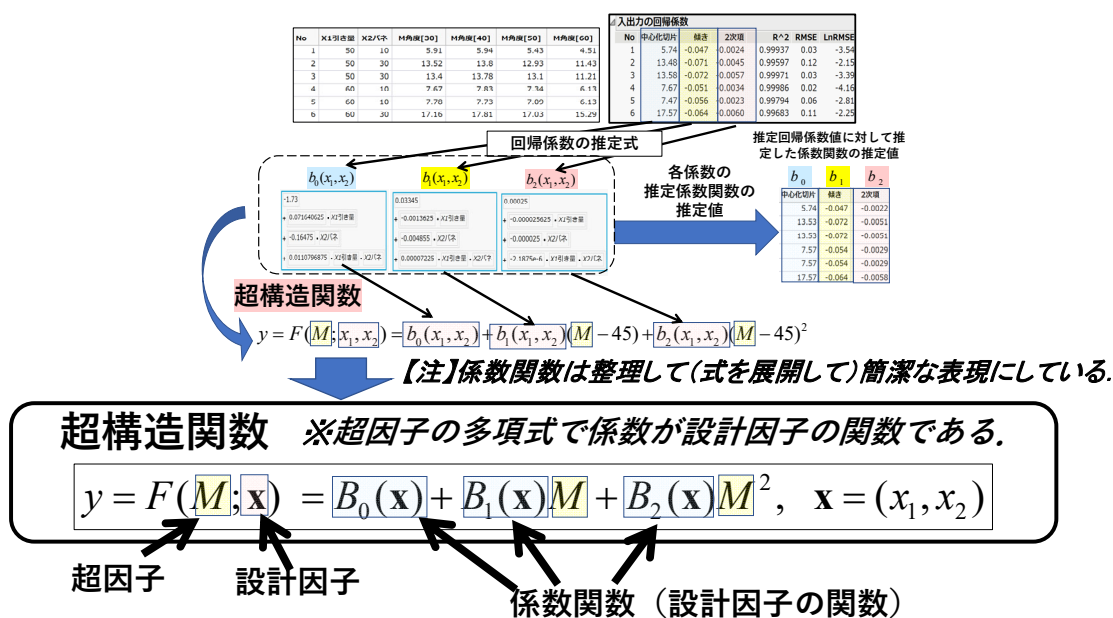


図 6 整理した「超構造関数の数理的構造」

5. 簡単な例による超設計の設計事例の紹介

5.1 極大値の横軸の値と縦軸の値

取り上げた例の場合を用いて超設計の設計事例を紹介する。この例における 2 次の超構造関数は以下のものであるここでは中心化変換の表示で話を進める。

$$F(M; \mathbf{x}) = b_0(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x})(M - 45) + b_2(\mathbf{x})(M - 45)^2, \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2) \quad (9)$$

極大値をとる横軸の値は超構造関数を超因子で偏微分を行い、それを 0 とおいた方程式を解けば得られる。

$$\frac{\partial F(M; \mathbf{x})}{\partial M} = b_1(\mathbf{x}) + 2b_2(\mathbf{x})M - 90b_2(\mathbf{x}) = 0$$

$$M_* = g(\mathbf{x}) = \frac{90b_2(\mathbf{x}) - b_1(\mathbf{x})}{2b_2(\mathbf{x})M}$$
(10)

この値を超構造関数に代入すれば極大値（縦軸の値）が得られる。

$$F(M_*; \mathbf{x}) = F(g(\mathbf{x}); \mathbf{x})$$

なお、上記の表現は合成関数となっているが、これを展開すれば設計因子の関数が得られる。しかし、コンピュータで設計をする場合には合成関数で処理することができるので敢えて展開する必要はない。

5.2 この例における超設計のための要約関数（最大値，最小値，範囲，中点）

基本的な設計を紹介するために基本的に必要な要約関数（最大値，最小値，範囲，中点）を用意する。これらは本質的には要約統計量なのでその名称から要約関数と呼ぶ。

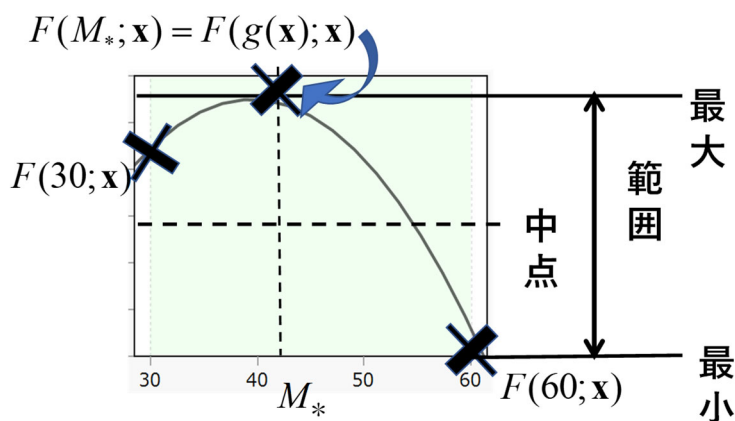


図7 最小，最大，範囲，中点の関数

最大と最小を下げすための最も基本的なものは以下の3つの関数である。

下端： $F(30; \mathbf{x})$

極大値： $F(M_*; \mathbf{x}) = F(g(\mathbf{x}); \mathbf{x})$

$$M_* = g(\mathbf{x}) = \frac{90b_2(\mathbf{x}) - b_1(\mathbf{x})}{2b_2(\mathbf{x})M}$$

上端： $F(60; \mathbf{x})$

一般論で言うと最大と最小の候補は以下の3つである。

下端：区間の下側の橋の点における超構造関数の値

上端：区間の上側の橋の点における超構造関数の値

極値：2次の場合は極大か極小を視野に入れる，3次の場合は極大と極小の両方を視野に入れる必要がある。

上記のうちのどれから最大となりどれかが最小となる。

そして，範囲と中点は最大と最小を用いて計算される。

範囲 = 最大 - 最小

中点 = (最小最大+) / 2

実際には以下の要約関数（合成関数）を用いる。

最大： $F_{Maximal}(\mathbf{x}) = \text{Max}\{F(g(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(30, \mathbf{x}), F(60, \mathbf{x})\}$

最小： $F_{Minimal}(\mathbf{x}) = \text{Min}\{F(g(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(30, \mathbf{x}), F(60, \mathbf{x})\}$

範囲： $F_{Range}(\mathbf{x}) = F_{Maximal}(\mathbf{x}) - F_{Minimal}(\mathbf{x})$

中点： $F_{Middle}(\mathbf{x}) = \{F_{Maximal}(\mathbf{x}) + F_{Minimal}(\mathbf{x})\} / 2$

超設計の場合は超構造関数があるのでこのほかにも設計のための様々な合成関数を作成して用いることができる。

5.3 超設計のための様子見

いきなり定式化をして設計（最適化）を行うのではなく，まずは様子見をすることが重要である。様子見の原則は，気になる関数のそれぞれの単独最適化による限界の把握である。すなわち，気になる関数の最大と最小を把握することである。これを行うことで，各々の単独での最適化だけ x でなくその時の他の合成関数がどうなるのかというトレードオフの情報をとることができる。これを把握すれば無理難題の定式を避けることができ合理的な設計が可能になる。また，設計は関係者の合意形成でもあり，様子見を行ったうえでの設計（最適化）は合意を形成し易い。実際の設計では一度で解が決定するわけではなく，関係者で話し合いながら一部の条件を譲歩して解の改良を試みる必要がある。その場合，様子見で得た情報は貴重なヒントを提供してくれる。

なお，関係者の合意形成という設計の本質から見た最適化の定式化では以下の点がポイントである。

- * 重要な条件は様子見の情報に基づいて制約条件にする。
 - * 重要度の高い順で制約条件を用意し，最後に残ったものを目的関数にして最適化する。
 - * 解が得られないあるいは解は得られるがそれが受容れ難いという場合には条件を譲歩して求解を行う。
- ※譲歩の順番は重要度の低い関数から次々行って受容れ可能な解を見出す。

5.4 典型例としての超設計の例

まずは様子見から入る。様子見は以下の3点を行う。実際の設計ではさらに多視点からいろいろな情報をとると良いが、ここでは最小限の3点を把握する。

様子見の①：飛距離の最大値はいくらまで可能か

様子見の②：飛距離の最小値はいくらまで可能か

様子見の③：飛距離の範囲はいくらまで可能か

なお、様子見では単独の最適化を行うわけであるが、その際に関連する他の結果も把握することでトレードオフの情報を得ることができる。



図8 様子見の①：飛距離の最大値はいくらまで可能か



図9 様子見の②：飛距離の最小値はいくらまで可能か



図 10 様子見の③：飛距離の範囲はいくらまで可能か

3つの観点からの様子見の結果をまとめると以下ようになる。

- ①最大値は 17.74 となるが、最小値は 15.30 で範囲は 2.45 でバネの本数は 30 となる。
- ②最小値は 4.54 となるが、最大値は 5.99 で範囲は 1.46 でバネの本数は 10 となる。
- ③範囲の最大は 2.49 で、最大値は 13.78 で最小値は 11.29 でバネの本数は 30 となる。

上記の情報を要約すると、次のようになる。最大値を大きくすると最小値も引きずられて大きくなりバネの数は 30 とかなり多い。最小値を小さくすると最大値も引きずられて小さくなりバネの数は 10 とかなり少ない。範囲を大きく（広く）すると 11.29～13.78 でバネの数は 30 とかなり多い。

以上のことを踏まえて設計に入るが、そのためには設計の狙いを明らかにしなければならない。ここでは例えば設計の狙いが以下のもので設計を行う。

* 12.0～14.0 は必ず確保したい。

* 範囲は広い方が好ましいが、バネの本数はできるだけ少なくしたい。

この場合の設計のアプローチ、すなわち定式化の考えは以下のようなになる。

* 制約条件：最小値 ≤ 12.0 ， $14.0 \leq$ 最大値

* 目的関数：[A]最初は範囲を取り上げ最大化を行う。

[B]次はバネの本数を取り上げ最小化を行う

※上記の[A]と[B]の2つの解を比較して納得のいく方を採用する。

1)設計の Try[A]：必要な上限 12 と下限 14 を満たした上で範囲を最大にする。

図 11 は上で示したケース[A]の最適化に関する定式化と求解の結果である。この場合の最適化は必要な上限 12 と下限 14 を満たした上で範囲を最大化するというものである。求解の結果は範囲が 2.48 でバネが 30 本となっている。

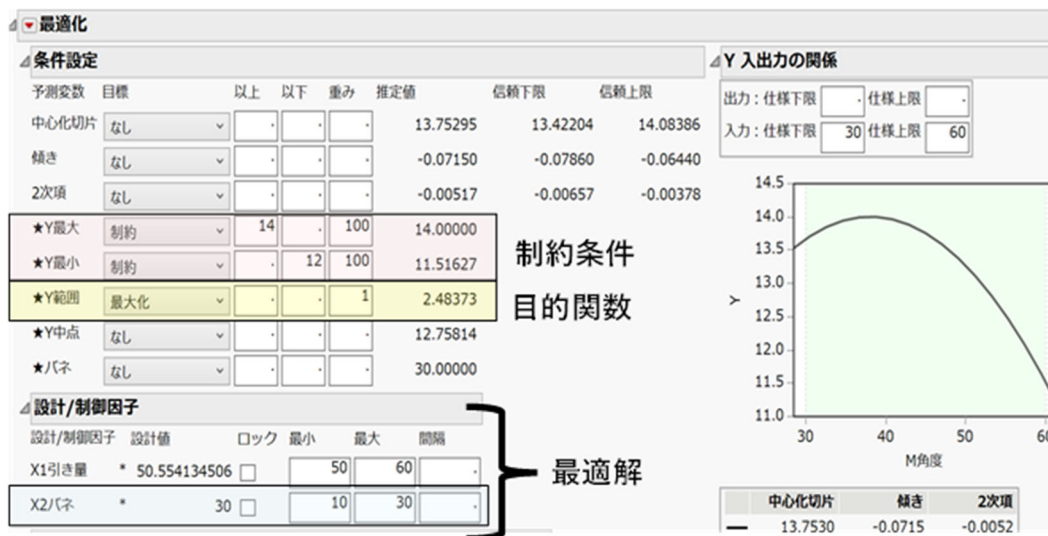


図 11 設計 [A]：必要な上限 12 と下限 14 を満たした上で範囲を最大化

2)設計の Try [B]：必要な上限 12 と下限 14 を満たした上でバネを最小にする。

図 12 は上で示したケース[B]の最適化に関する定式化と求解の結果である。この場合の最適化は必要な上限 12 と下限 14 を満たした上でバネの本数を最小化するというものである。求解の結果は範囲が 2.16 でバネが 22.48 本となっている。

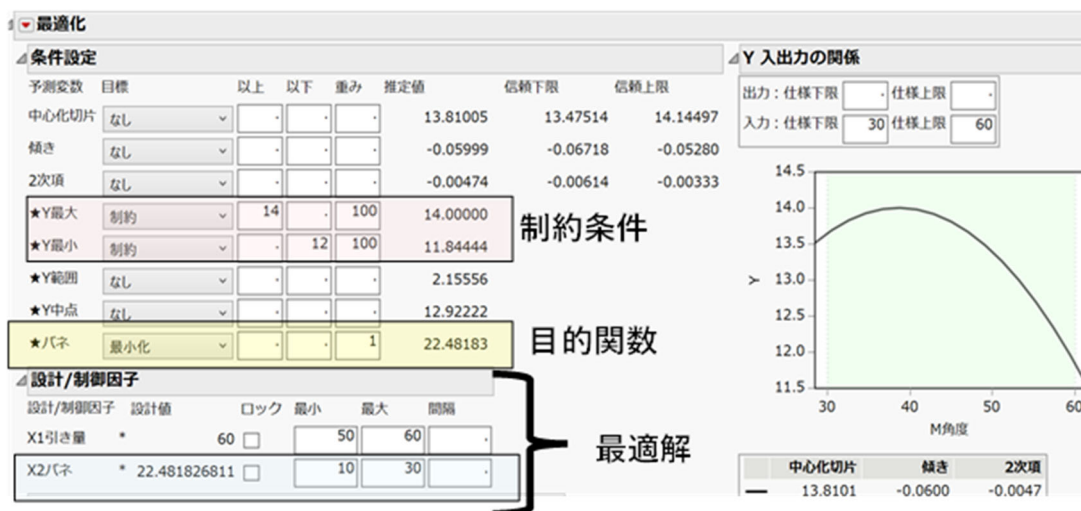


図 12 設計 [B]：必要な上限 12 と下限 14 を満たした上でバネを最小化

3)2つの解の比較と結論

設計 [A]の求解の結果は、範囲の最大は 2.48 となり制約を付けない場合とほぼ同じであるが、上限は 14 で加減が 11.52 なので制約はクリアしており、下限の方が実現の限界が広がっている。なお、バネは 30 である。

一方、設計 [B]の求解の結果は、範囲の最大は 2.16 となり 2,48 よりは 0.32 若干狭くな

っている。しかし、上限は 14 で下減が 11.84 なので制約はクリアしており、下限の方が実現の限界が多少広い。なお、バネは 22.48 で 30 よりだいぶ少なくなっている

以上の結果を比較すると、いずれも必要な範囲は満たしているので、バネの少ない設計 [B] の方が良さそうである。なお、設計 [B] の範囲は設計 [A] に比べると若干狭い（下限が 11.52 と 11.84 の差）がこの差は問題ないと考えられる。

5.5 超設計の利点

①設計の前に設計のための様子見ができること。

設計の前におおよそどうなるのかの様子見ができることにより様子を把握することで無理難題な定式化やもったいない定式化を避けることができる。このために合理的な設計が効率的に行え、関係者の間で合意を形成し易い。

②多数の条件（特性値以外の関数）を柔軟に用いて広い知見が得られること。

特性値以外の関数も視野に入り知見が総合的に広がる。いろいろな条件の単独の限界や複数の条件の間のトレードオフの把握ができるために広い知見が得られる。

③解析的に高度なこと（微分、積分ほか）が自由できること。

超構造関数を微分・積分した関数が扱えるので高度な設計を行うことができる。今回の例では 2 次式の超構造関数を扱ったが、3 次式以上の高次の超構造関数も容易に扱うことができる。

④多様で多重な関数（様々な合成関数、合成関数の合成関数）が扱えること。

もとの超構造関数から最大・最小・範囲・中点・平均などの関数が合成関数として容易に作れるために高度な定式化ができ、それに基づいて高度な情報の把握が可能である。

6. 2 次と 3 次の超構造関数に基づく設計アプローチの数理的本質

超設計の特徴は超構造関数を用いるために高度に解析的な設計をおこなうことが可能であるということである。すでに 2 次の超構造関数の場合について紹介をしたが、本節では 2 次の場合と 3 次の場合を取り上げて体系的な説明を行う。超構造関数を用いて高度な解析処理をすると高度な設計が可能になり設計の可能性を大きく広げることができるのである。

6.1 高次の超構造関数の事例

実際に行う超設計においてはかなり高度で複雑な解析的 design を扱うことができる。超構造関数が 2 次や 3 次の関数になった場合には超構造関数の偏微分の活用が重要になる。ここではその基本的なアプローチを紹介する。

6.2 超構造関数が 2 次の場合

1) 頑健設計への応用

超構造関数は多変数関数を超因子 H （一般的な議論をするために H を用いる）に注目して構成した多項式なのでこれを H で偏微分することができる。

$$y = F(H; \mathbf{x}) = \lambda_0(\mathbf{x}) + \lambda_1(\mathbf{x})H + \lambda_2(\mathbf{x})H^2 \quad (11)$$

$$\partial y / \partial H = \partial F(H; \mathbf{x}) / \partial H = \lambda_1(\mathbf{x}) + 2\lambda_2(\mathbf{x})H \quad (12)$$

もし攪乱因子が量的なものであるならば、この H で偏微分した関数の絶対値を 0 に近づければ H の影響は減衰できる。ただし、この場合には H 自身もその水準が決定され、それは使用時・操業時の H の目標水準（この前後に H の値がばらつく）となる。これは非線形を応用した頑健設計であるが、この場合の H は直積実験で外側に割り付けることもできるし、内側に割り付けることもできる。実務的には、外側に割り付けたら外乱（攪乱因子）で内側に割り付けたら内乱（ばらつく設計因子）である。なお、内側に割り付けた場合には、外側に別に外乱としての攪乱因子を割り付けることも可能である。

なお、数理構造から明らかのように、超構造関数が 1 次式の場合あるいは質的な場合には設計因子がなければ H のばらつきの減衰はできない。1 次式の変化率は一定で（偏微分すると定数となる）、変化を減衰することができないからである。しかしこの場合でも、攪乱因子の項の係数が設計因子の関数なので、それを 0 に近づけることのできるように設計因子の条件をうまく決めれば攪乱因子の影響は減衰することができるのである。ところが、超構造関数が攪乱因子に関して 2 次式の場合（3 次式の場合も）には設計因子がなくても（設計因子を使わなくても） H のばらつきを減衰することができる。偏微分して 0 に近づけることで、変化率を弱くすることにより H のばらつきを減衰するわけである。そのうえで、使える設計因子があれば、設計因子による減衰も加わってかなりパワフルな減衰が可能になる。

2) 最大、最小、範囲への応用

これは、すでに説明したことのまとめである。2 次関数の場合は極値が一つなのでこれを求めた上でその合成関数を用いて設計する。例えば極値を含むある区間の中の最大や最小を求める場合には以下の合成関数（極値の横座標を p と表現）を用いればよい。

$$y = F(H; \mathbf{x}) = \lambda_0(\mathbf{x}) + \lambda_1(\mathbf{x})H + \lambda_2(\mathbf{x})H^2 \quad (13)$$

$$p = -\lambda_1 / (2\lambda_2), \quad p = p(\mathbf{x}), \lambda_1 = \lambda_1(\mathbf{x}), \lambda_2 = \lambda_2(\mathbf{x}) \quad (14)$$

範囲 $m_L \sim m_U$ での最大と最小は以下の合成関数となる。

$$y_{Max}(\mathbf{x}) = \text{Max}\{F(p(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(m_L; \mathbf{x}), F(m_U; \mathbf{x})\} \quad (15)$$

$$y_{Min}(\mathbf{x}) = \text{Min}\{F(p(\mathbf{x}); \mathbf{x}), F(m_L; \mathbf{x}), F(m_U; \mathbf{x})\}$$

$$y_{Ran}(\mathbf{x}) = y_{Max}(\mathbf{x}) - y_{Min}(\mathbf{x}) \quad (16)$$

両者の差は範囲であるがこれは区間全体におけるばらつきを意味し、これを小さくすることは一つのタイプの頑健設計である。設計はこれらを用いて数理計画法で求解すればよい。

6.3 超構造関数が 3 次の場合

超構造関数が 3 次関数の場合もある。その場合には極大値、極小値そして曲変点が設計の対象となる。

$$y = F(H; \mathbf{x}) = \lambda_0(\mathbf{x}) + \lambda_1(\mathbf{x})H + \lambda_2(\mathbf{x})H^2 + \lambda_3(\mathbf{x})H^3 \quad (17)$$

3 次関数で極大点と極小点がある場合には各々の横座標は式(18)となる。添字の R は右側の値 P_R 、添字の L は左側の値 P_L を意味する。そして、各々はいずれも式(18)に示す合成関数で、その実体は設計因子の関数である。因みに変曲点は二種類の極値の midpoint なので省略する。

$$p_R, p_L = (-\lambda_2 \pm \sqrt{\lambda_2^2 - 3\lambda_3\lambda_1}) / (3\lambda_3) \quad (18)$$
$$p_R = p_R(\mathbf{x}), p_L = p_L(\mathbf{x}), \lambda_1 = \lambda_1(\mathbf{x}), \lambda_2 = \lambda_2(\mathbf{x}), \lambda_3 = \lambda_3(\mathbf{x})$$

3 次関数の設計では代表的なものに以下のものがある。

* 極値間左右差, * 極値間上下差, * 極値間勾配

これらは以下の多重合成関数として扱えばよい。

$$\begin{aligned} \text{極値間左右差} &: p_U(\mathbf{x}) - p_L(\mathbf{x}) \\ \text{極値間上下差} &: F(p_U; \mathbf{x}) - F(p_L; \mathbf{x}) \\ \text{極値間勾配} &: (F(p_U; \mathbf{x}) - F(p_L; \mathbf{x})) / (p_U(\mathbf{x}) - p_L(\mathbf{x})) \end{aligned} \quad (19)$$

多重合成関数用いれば設計の可能性と幅を大きく広げることができるのである。

7. おわりに

本稿は新しい設計方法である超設計に関するパラダイムとメソドロジーと概要を紹介し、それを支援するものとして HOPE という JMP の Add_in ソフトがあるということを紹介した。超設計は設計因子の中から特別な因子として指定した超因子を中心にして設計目的を実現すべく最適化を行うことが本質である。このための数理的な根幹をなすものが二重構造の関数である超構造関数である。これは上位構造では超因子の多項式関数で、その係数が設計因子の係数関数であるという下位構造から構成された関数である。

超設計は様々な設計を統一的に整理することができるのと同時に新たな設計の可能性を広げるものである。近年注目されている頑健設計は超設計の中の一部のタイプの設計として包含されている。すなわち頑健設計とは超因子として攪乱因子を有する場合である。また、従来の設計は超設計の退化した形（超因子がし存在しない場合）として包含されている。

超構造関数は二重構造の関数であるために超因子に関してもまた設計因子に関しても微分・積分を用いた解析的な設計が可能である。もし超因子に関して設計で極値（極大値、極小値）や変曲点を扱う場合には偏微分を用いればよいし、係数に関して設計で取り上げるのであれば係数関数を取り出して解析的に定式化をすればよいのである。

超設計は広範で高度な設計目的に対応が可能である。さらには、設計対象の関数の形態（形状、状態）が複雑な形状・状態の場合も扱うこともできる。その具体的なアプローチについては文献^[13]を参照されたい。

参考文献

- [1] Box, G.(1991), “Teaching Engineers Experimental Design with a Paper Helicopter” , Quality Engi-neering, 4(3), 453-459
- [2] 芳賀敏郎, 竹内啓, 奥野忠一(1976) : “重回帰分析における変数選択の新しい規準”, 品質, 6(2), 35-38.
- [3] Miller, A. and Wu, C.F.J. (1996):” Parameter Design for Signal -Response Systems: A Different Look at Taguchi’s Dynamic Parameter Design”, Statistical Science, 11, 122-136.
- [4] 宮川雅巳(2000) : 「品質を獲得する技術」,日科技連出版社.
- [5] Myers R. H., Montgomery D.C., and Anderson Cook C. M., (2009): Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments, Wiley, New York.
- [6]高橋武則(1998): 「模擬生産・模擬実験と統計的品質管理」,品質月間委員会.
- [7] Takahashi, T. and Saito A. (2005):” “Education of Robust Parameter Design by Twin Rotor Paper Helicopter”, Proc. of International Conference on Quality ’05 Tokyo, CD proceeding, PP.1-12.
- [8] Takahashi, T. (2015):” Proposal of Flexible Design and its Application”, Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2015 in Taipei, CD proceed-ing, PP.1-10.
- [9] 高橋武則(2017) : “超構造関数による柔軟設計”,日本品質管理学会第 113 回研究発表会発表要旨集, pp.157-160.
- [10] Takahashi, T. (2017):” Hyper Design based on Hy-per Factors”, Proc. of the Asian Network for Quali-ty Congress 2017 in Kathmandu, CD proceeding, PP.1-12.
- [11] 高橋武則(2019):”描写因子による形態設計と極座座標描写”,目白大学研究紀要, 第 17 号, pp. 19-34.
- [12] 高橋武則(2019) :”設計のパラダイムとメソドロジー”, 「横幹」,12, [3], pp.91-105.
- [13] 高橋武則(2021) : ”複合超設計の理論と応用”, Discovery Summit Japan 2021, Session ID: 2021-JA-50MP-22, 1-20.
- [14] 椿広計 (2006) : 「ビジネスへの統計モデルアプローチ」, 朝倉書店.
- [15] 椿広計 (2006) : “統計科学の横断性と設計科学への寄与”, 「横幹」,1, [1], pp.22-28.
- [16] 椿広計,河村敏彦 (2007) : 「設計科学におけるタグチメソッド」,日科技連出版社.
- [17] Wu, C. F. J. and Hamada, M. (2009) : Experiments: Planning, Analysis, and Optimization (2nd ed.) , Wiley, New York.
- [18] 吉野睦, 仁科健(2009): 「シミュレーションと SQC」,日本規格協会.

◆ Discovery Summit Japan 2021 コミッティー

九州大学	岸本 淳司
慶應義塾大学	高橋 武則
株式会社村田製作所	濱口 勝重
Satin Design	三井 正

※ 五十音順

◆ Discovery Summit Japan 事務局

SAS Institute Japan 株式会社 JMP ジャパン事業部

〒106-6111 東京都港区六本木 6-10-1 六本木ヒルズ森タワー11 階

TEL : 03-6434-3780 FAX : 03-6434-3781

E-mail : jpnmktg@jmp.com

<http://www.jmp.com/japan/>

Discovery Summit Japan 2021 論文集

2022年2月1日

初版発行

発行

SAS Institute Japan 株式会社 JMP ジャパン事業部



Discovery Summit Japan 2021 論文集

2022年2月1日発行

発行 SAS Institute Japan 株式会社 JMP ジャパン事業部
〒106-6111 東京都港区六本木 6-10-1 六本木ヒルズ森タワー11階
TEL : 03-6434-3780 FAX : 03-6434-3781
E-mail : jpnmktg@jmp.com
<http://www.jmp.com/japan/>